

# Hafta 5

## Rastlantı Değişkenleri ve Olasılık Dağılımları

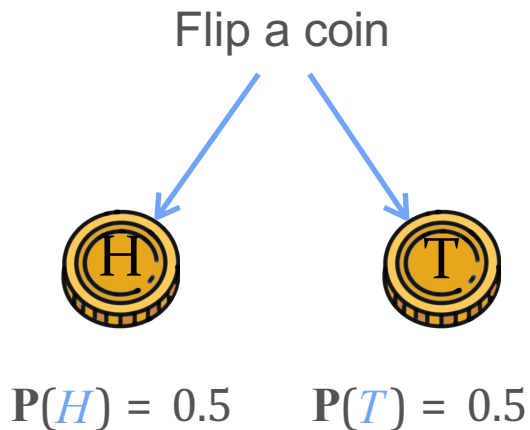


DeepLearning.AI

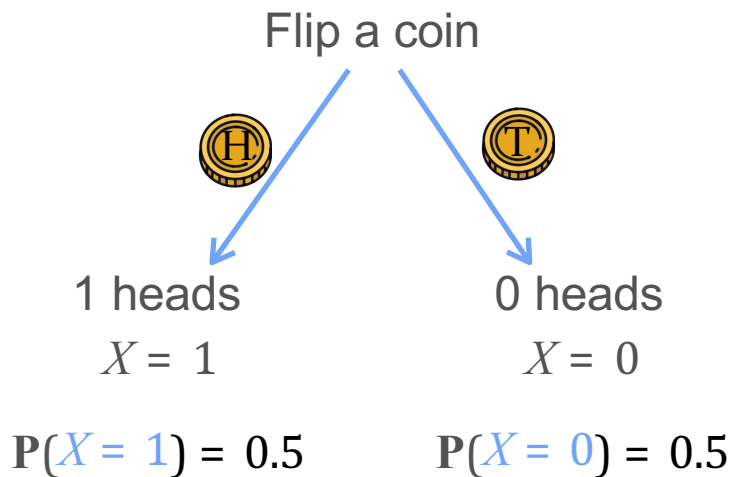
---

# Rastgele (Rastlantı) Değişkenler

# Olaylardan Rastgele Değişkenlere



$X =$  Number of heads (tura sayısı)



$X$  is a random variable  
(  $X$  rastgele değişkendir )

# Olaylardan Rastgele Değişkenlere

( $X = 10$  kez para attığımızda tura sayısı)

$X$  = Number of heads in 10 coin tosses

$$P(H) = 0.5$$



$$X = 10$$

$$0.5^{10}$$

$$P(X = 0)?$$



$$X = 9$$

$$0.5^9 0.5$$

$$P(X = 1)?$$

...



$$X = 9$$

$$0.5^9 0.5$$

$$P(X = 10)?$$

# Oylardan Rastgele Değişkenlere

( $X = 10$  kez para attığımızda tura sayısı)

$X =$  Number of heads in 10 coin tosses



Possible outcomes:

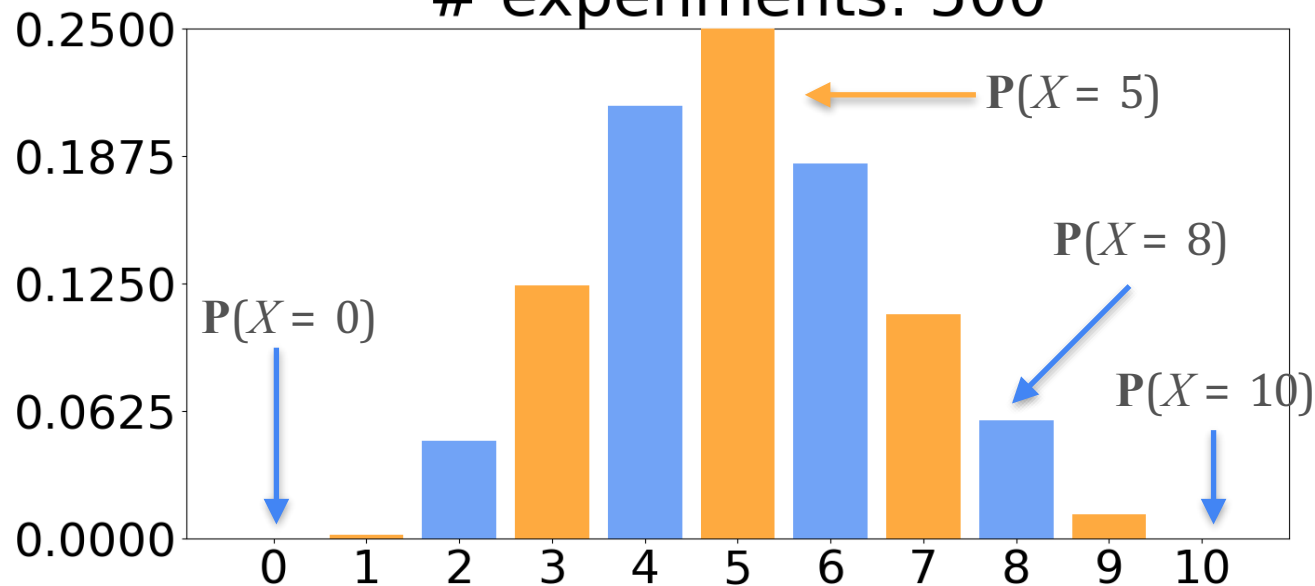
|   |   |    |
|---|---|----|
| 0 | 4 | 8  |
| 1 | 5 | 9  |
| 2 | 6 | 10 |
| 3 | 7 |    |

$$P(H) = 0.5$$

Repeat 500 times

# Adil bir parayı 500 kere çevirince,

( deney sayısı: 500 )  
# experiments: 500



$P(H) = 0.5$   
Repeat 500 times  
(500 kez tekrarlanıyor)

# Neden Rastgele Değişkenler?

- Random variables allow you to model the whole experiment at once  
(Rastgele değişkenleri neden önemsiyoruz? Çünkü tüm deneyi bir kerede modellememize izin veriyorlar)



$X$  = Number of heads



$X$  = Number of sick patients



$X$  = Number of 1's

?

$$P(X = 1) = 0.5$$

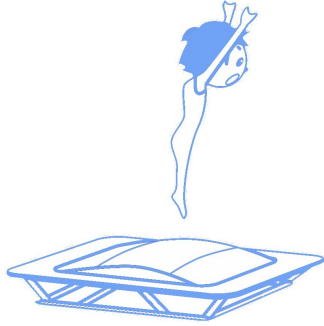
$$P(X = -7) = 0.2$$

$$P(X = 3.14159) = 0.3$$

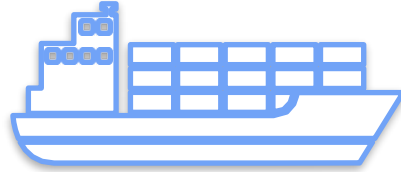
# Diğer Rastgele Değişkenler



Bir sonraki otobüs  
gelene kadar  
bekleme süresi



Bir jimnastikçinin  
atlama yüksekliği



Bir gönderideki  
kusurlu ürün sayısı



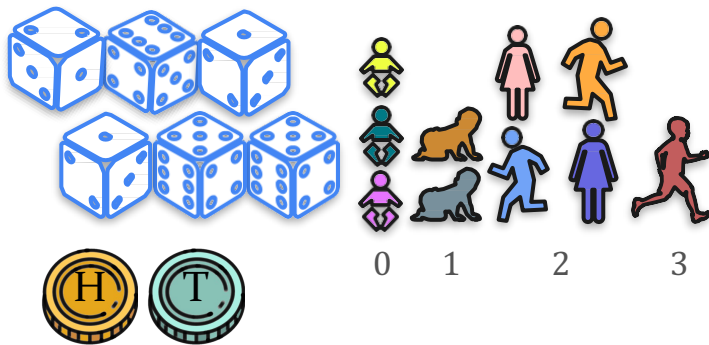
Kasım ayında  
yağmur miktarı

(Kesikli / Ayrık ve Sürekli Rastgele Değişkenler)

# Discrete and Continuous Random Variables

## Discrete random variables

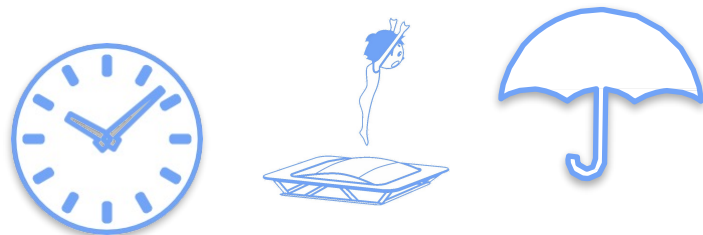
(Kesikli / Ayrık Rastgele Değişkenler)



Yalnızca sayılabilir sayıda  
değer alabilir

## Continuous random variables

(Sürekli Rastgele Değişkenler)



Sonsuz sayıda değer

Belirli bir aralıkta değer alır

# Rastgele Değişken Vs. Deterministik Değişken

## Deterministik

$$x = 2, f(x) = x^2$$

Sabit sonuç

## Rastgele

= bir gönderideki kusurlu ürün sayısı

Belirsiz sonuç



DeepLearning.AI

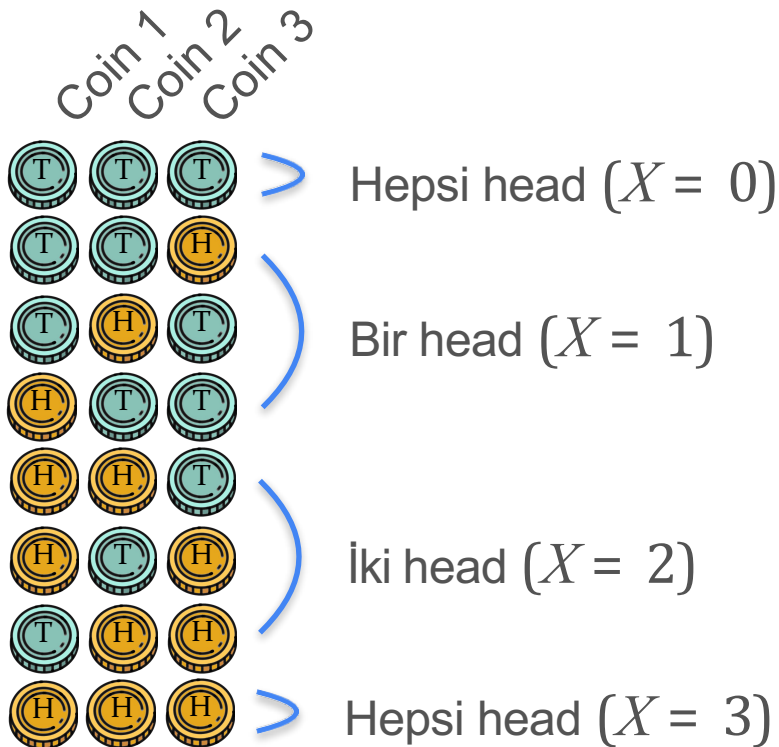
# Olasılık Dağılımları

---

## Olasılık Dağılımları (Ayrık)

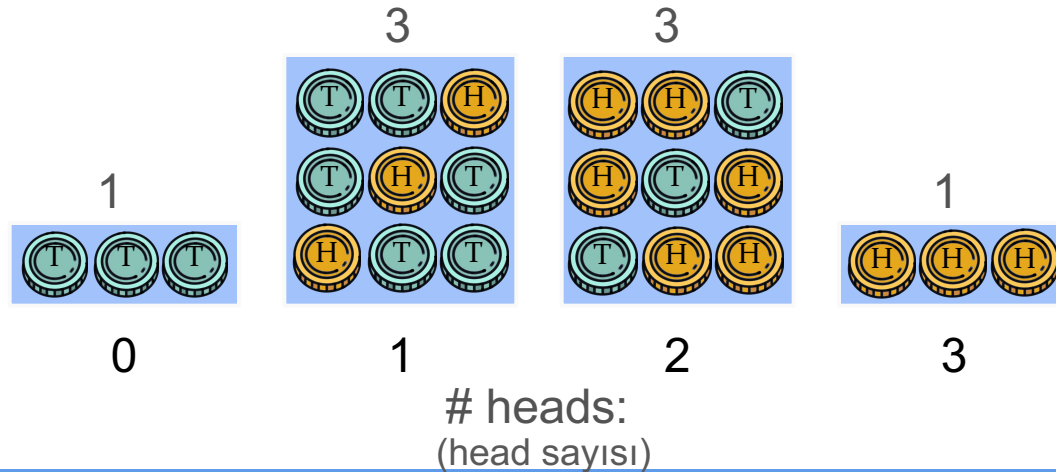
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 3 kez atılıyor

$X_1$ : 3 ününde head gelme sayısı



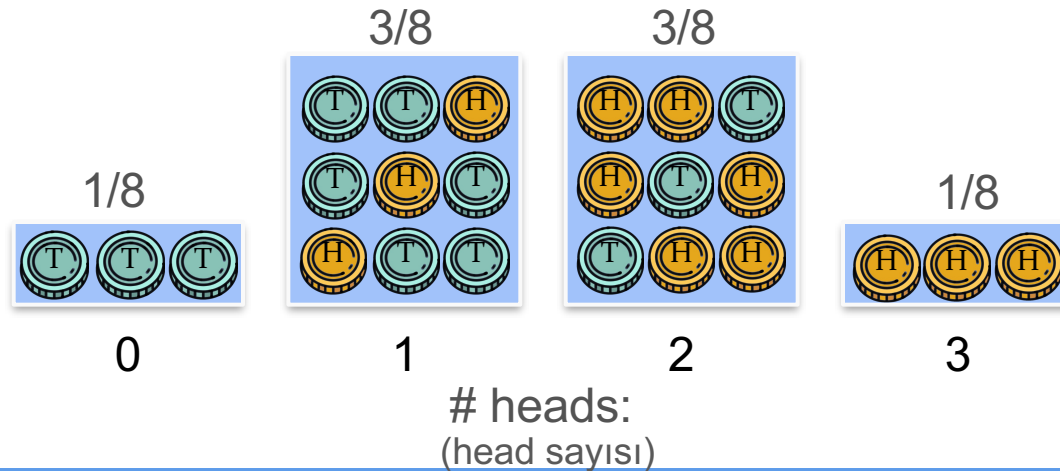
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 3 kez atılıyor

$X_1$ : 3 ününde head gelme sayısı



# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 3 kez atılıyor

$X_1$ : 3 ününde head gelme sayısı



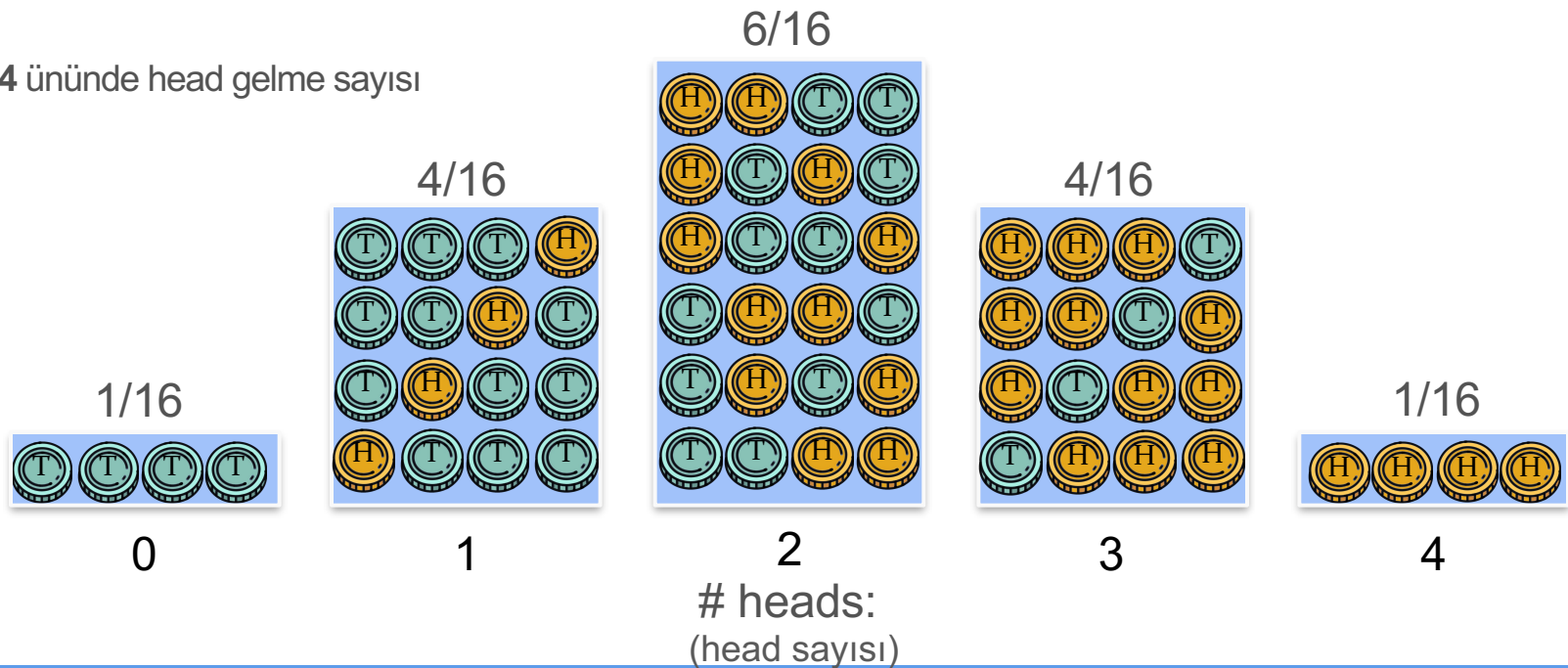
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 3 kez atılıyor

$X_1$ : 3 ününde head gelme sayısı



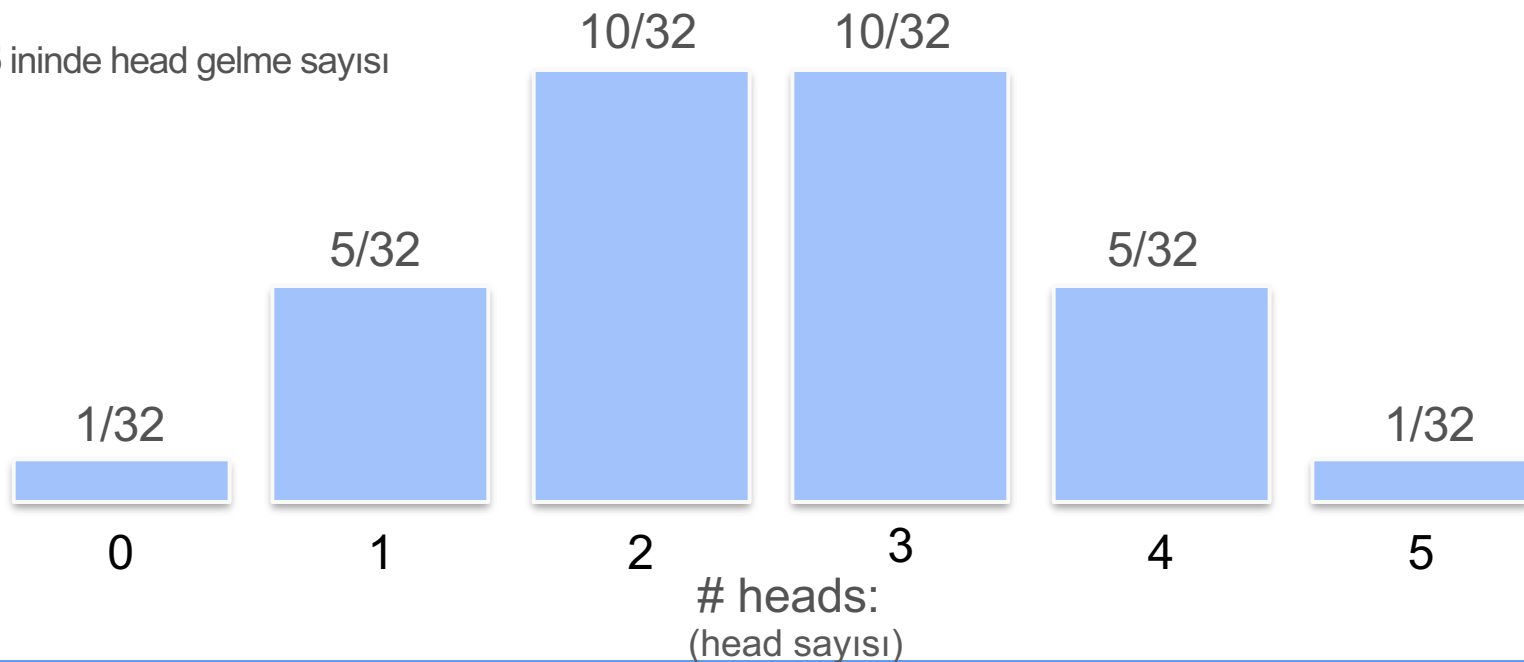
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 4 kez atılıyor

$X_2$ : 4 ününde head gelme sayısı



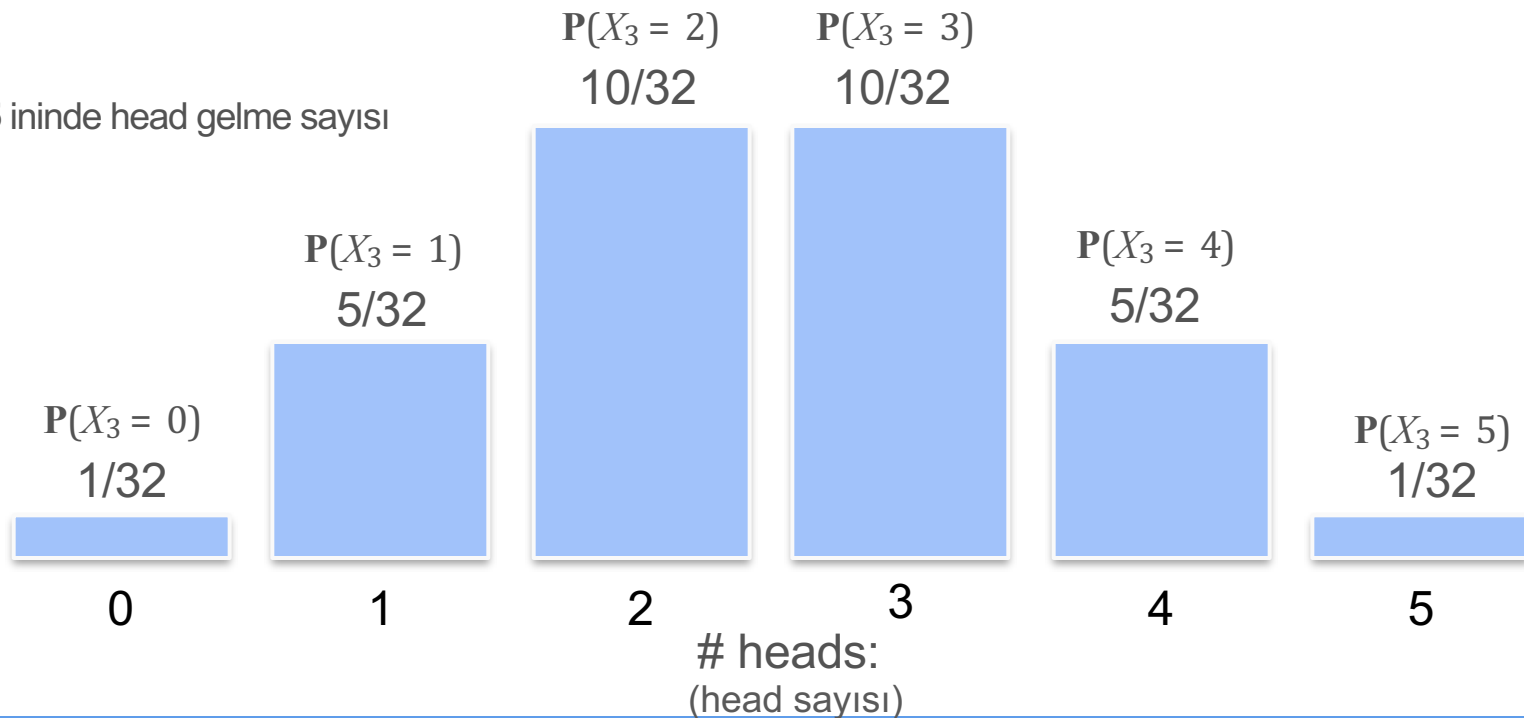
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 5 kez atılıyor

$X_3$ : 5 ininde head gelme sayısı



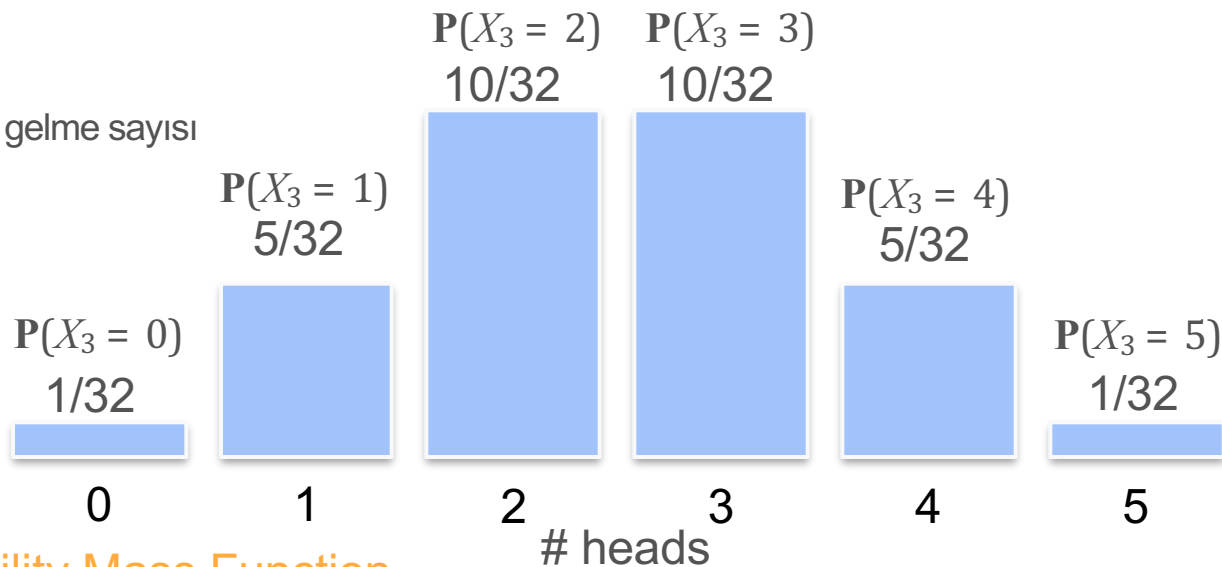
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 5 kez atılıyor

$X_3$ : 5 ininde head gelme sayısı



# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 5 kez atılıyor

$X_3$ : 5 ininde head gelme sayısı



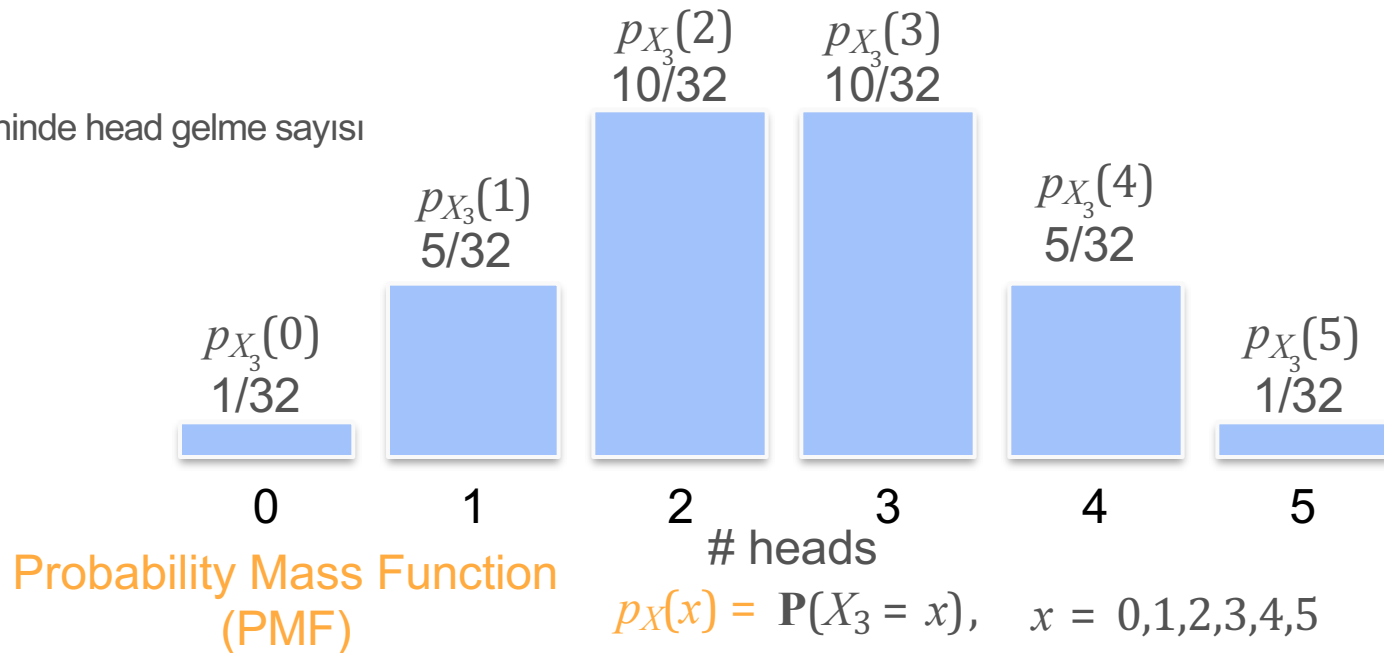
Probability Mass Function  
(PMF)

$$p_X(x) = \mathbf{P}(X_3 = x), \quad x = 0,1,2,3,4,5$$

Olasılık Kütle Fonksiyonu  
(PMF)

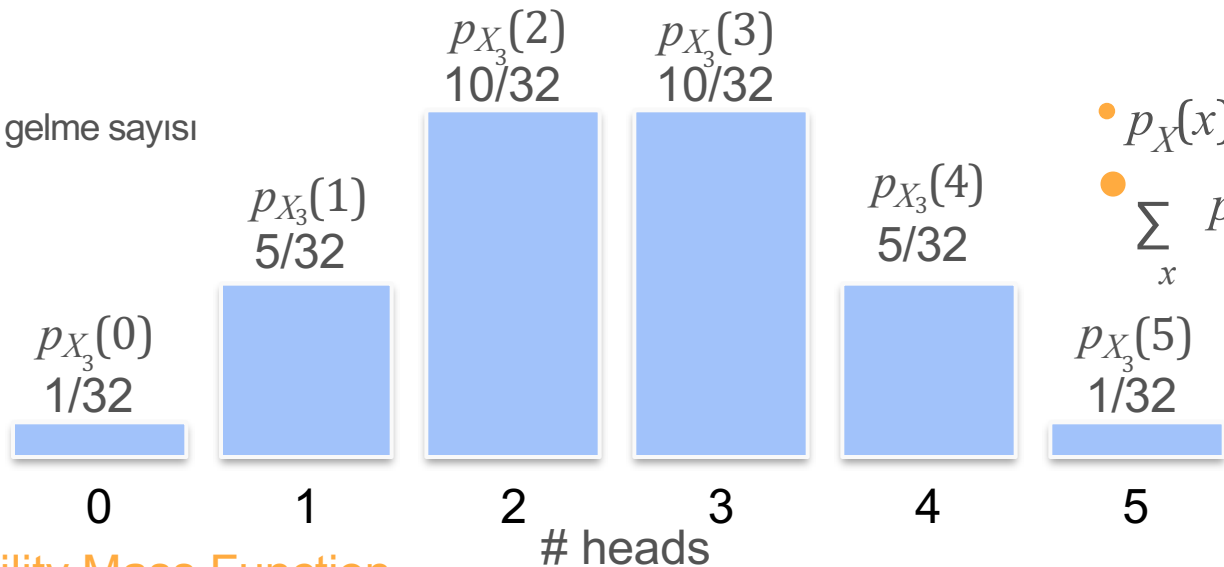
# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 5 kez atılıyor

$X_3$ : 5 ininde head gelme sayısı



# Ayrık Dağılımlar: Madeni para 5 kez atılıyor

$X_3$ : 5 ininde head gelme sayısı



- $p_X(x) \geq 0$
- $\sum_x p_X(x) = 1$

Probability Mass Function  
(PMF)

$$p_X(x) = \mathbf{P}(X_4 = x), \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = 1$$

# Bir Desen Görebiliyor musunuz?

$X_1, X_2, X_3, X_4$  çok benzerler

Hepsi  $n$  deneylerindeki **head sayısını** temsil ediyor

Olasılığın olası sonuçlar boyunca dağılma şekli de benzer bir yapıya sahip gibi görünüyor

Tüm bu değişkenleri temsil edecek tek bir model olabilir mi?



Binomial distribution



DeepLearning.AI

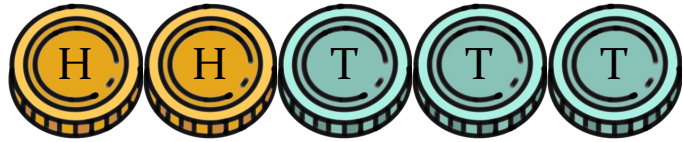
# Olasılık Dağılımları

---

## **Binom Dağılımı**

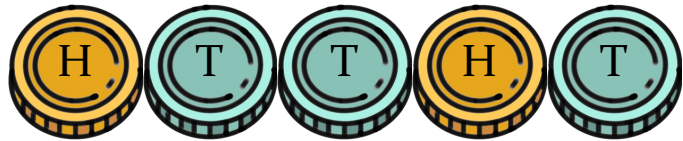
# Binom Dağılımı: Örnek

5 madeni parayı havaya attığımda 2 tanesinin head gelme olasılığı nedir?



0.5    0.5    0.5    0.5    0.5

$$= \frac{1}{32}$$



0.5    0.5    0.5    0.5    0.5

$$= \frac{1}{32}$$

# Binom Dağılımı: Örnek

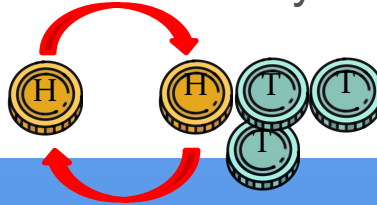
5 madeni parayı havaya attığımda 2 tanesinin head gelme olasılığı nedir?



5 madeni para atıldığında olası durumlar

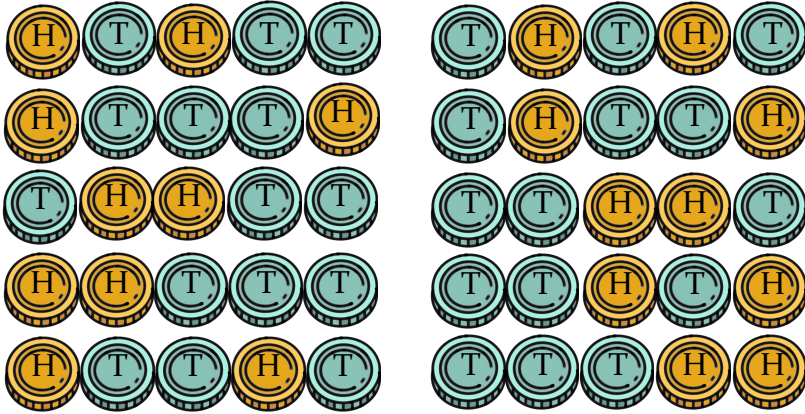
$$10 = \frac{5!}{2!}$$

H sayısı



# Binom Dağılımı: Örnek

5 madeni parayı havaya attığımda 2 tanesinin head gelme olasılığı nedir?



5 madeni para atıldığında olası durumlar

$$10 = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

H sayısı      T sayısı



# Binom Dağılımı: Örnek

5 madeni parayı havaya attığımda 2 tanesinin head gelme olasılığı nedir?



$$10 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \binom{5}{2}$$

Binom katsayısı

5 madeni para atıldığında 2

head alma sayısı

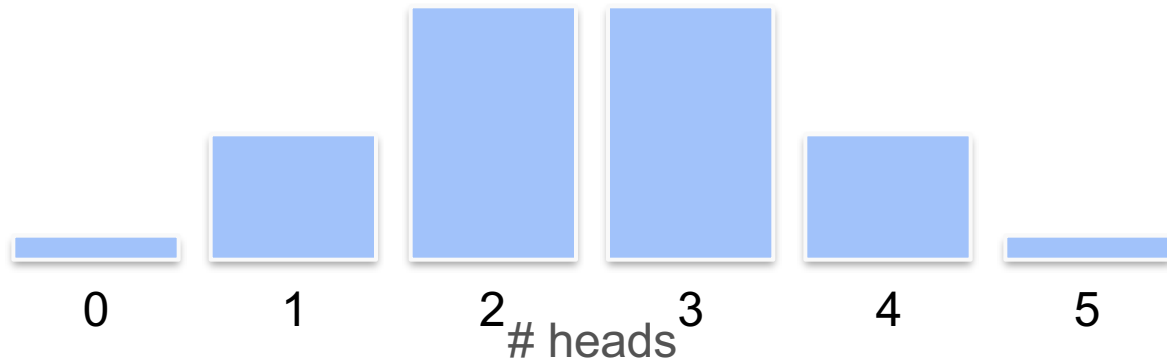
# Binom Dağılımı: Binom Katsayısı

**Genel:**

$\binom{n}{k}$  n madeni para atıldığında k tane tura gelmesi için tüm kombinasyonları sayar

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Hilesiz bir madeni paraya sahip PMF simetriktir



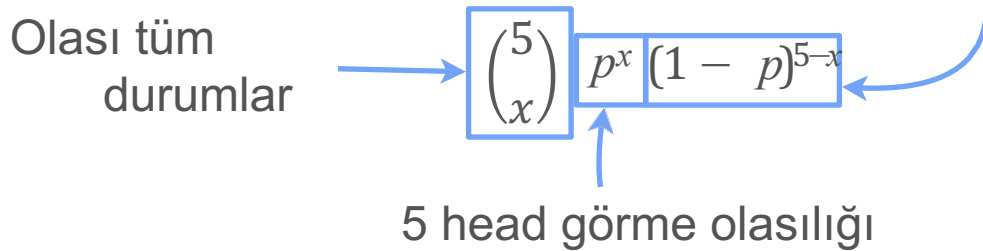
# Binom Dağılımı: Binom Katsayısı

$X$  için Genel PMF: 5 yazı tura atışındaki tura sayısı?

$$P(H) = p$$

Olay:  $X = x$ : 5 atışta head

5-x tail görme olasılığı



# Binom Dağılımı

$X$  için Genel PMF: 5 yazı tura atışındaki tura sayısı?

$$P(H) = p$$

Olay:  $X = x$ : 5 atışta head

$$p_X(x) = \binom{5}{x} p^x (1-p)^{5-x}, x = 0,1,2,3,4,5$$

binomial dağılımı temsil eder

$$X \sim \text{Binomial}(5, p)$$

çevirme sayısı

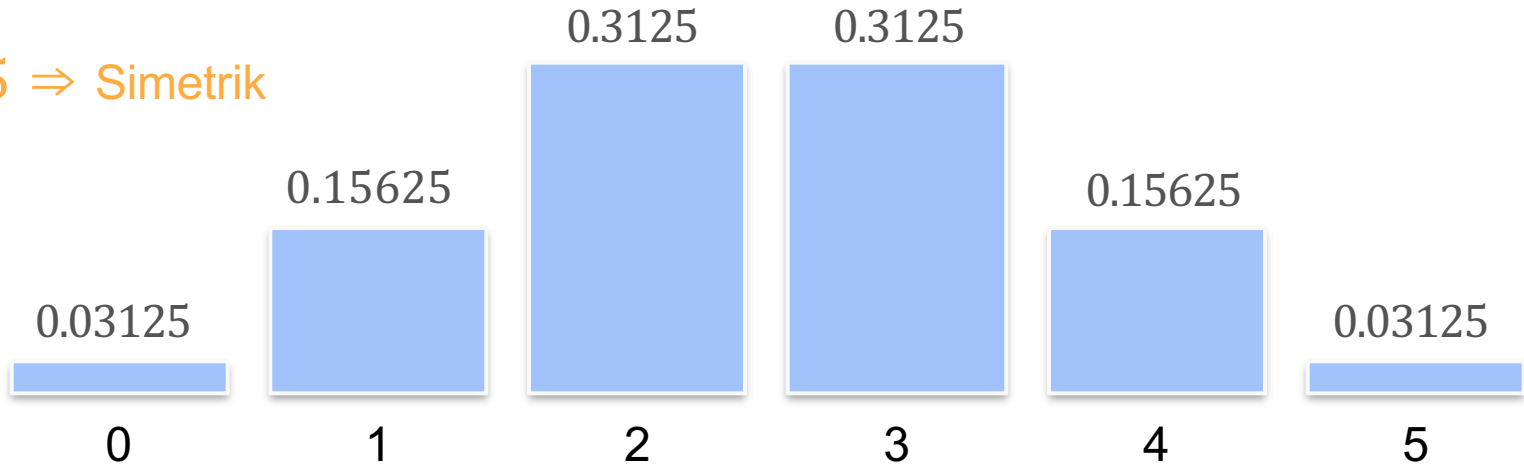
$P(H)$

# Binom Dağılımı

$$\begin{array}{l} n = 5 \\ p = 0.5 \end{array}$$

$$p_X(x) = \mathbf{P}(X = x) = \binom{5}{k} 0.5^k 0.5^{5-k}$$

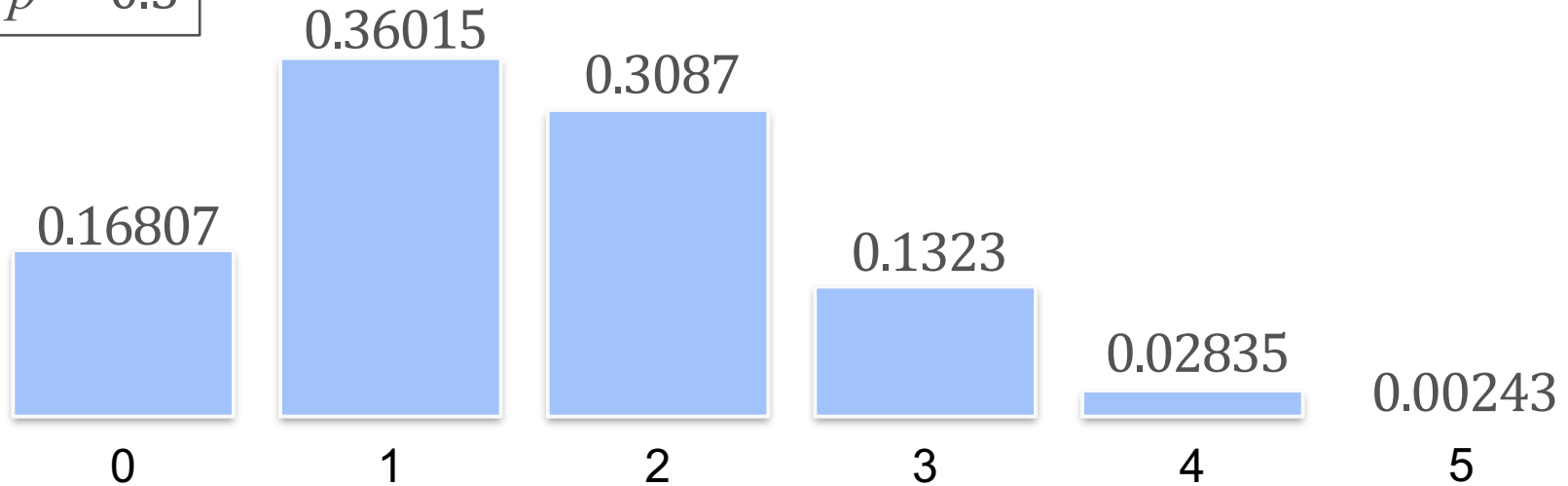
$p = 0.5 \Rightarrow$  Simetrik



# Binom Dağılımı

$n = 5$   
 $p = 0.3$

$$p_X(x) = \mathbf{P}(X = x) = \binom{5}{k} 0.3^k 0.7^{5-k}$$



# Binom Dağılımı

$X$  için Genel PMF: 5 yazı tura atışındaki tura sayısı?

Paranın olasılığı  $\mathbf{P}(H) = p$

Olay:  $X = x$ : 5 atışta head

$$p_X(x) = \binom{5}{x} p^x (1 - p)^{5-x}, \quad x = 0,1,2,3,4,5$$

$$X \sim \text{Binomial}(5,p)$$

# Binom Dağılımı

$X$  için Genel PMF:  $n$  yazı tura atışındaki tura sayısı?

Paranın olasılığı  $\mathbf{P}(H) = p$

Event:  $X = x$ :

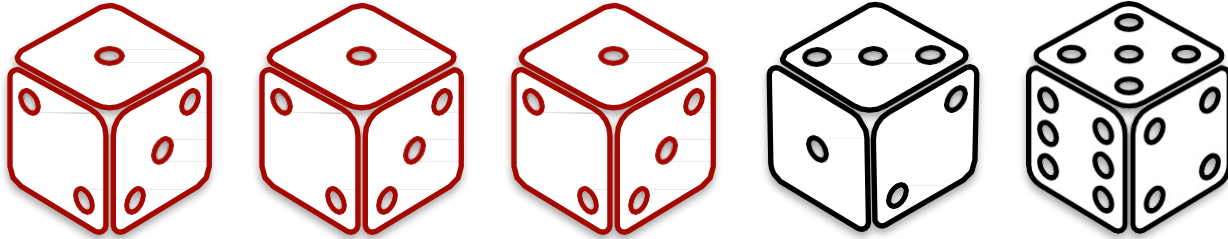
$$p_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$X \sim \text{Binomial}(n, p)$   $n$  ve  $p$  binomial dağılımının parametreleri olarak tanımlanır

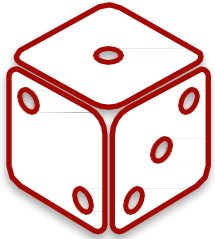
# Binom Dağılımı : Quiz

What is the probability of getting three ones when rolling a dice five times (no matter on which dice)?

(Bir zar beş kez atıldığında (hangi zarda olursa olsun) üç tane bir gelme olasılığı nedir?)



# Binom Dağılımı : Zar Hileli Bir Paradır!



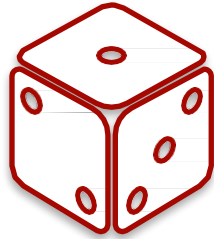
one

$$p = \frac{1}{6}$$



heads

$$p = \frac{1}{6}$$



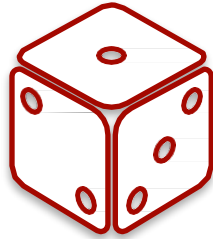
one

$$p = \frac{1}{6}$$



heads

$$p = \frac{1}{6}$$



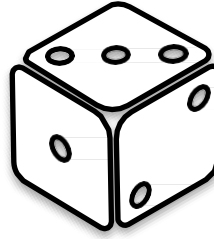
one

$$p = \frac{1}{6}$$



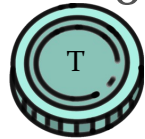
heads

$$p = \frac{1}{6}$$



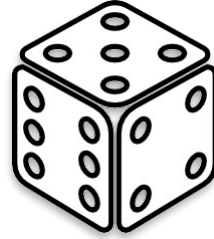
not one

$$p = \frac{5}{6}$$



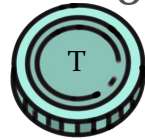
not heads

$$p = \frac{5}{6}$$



not one

$$p = \frac{5}{6}$$

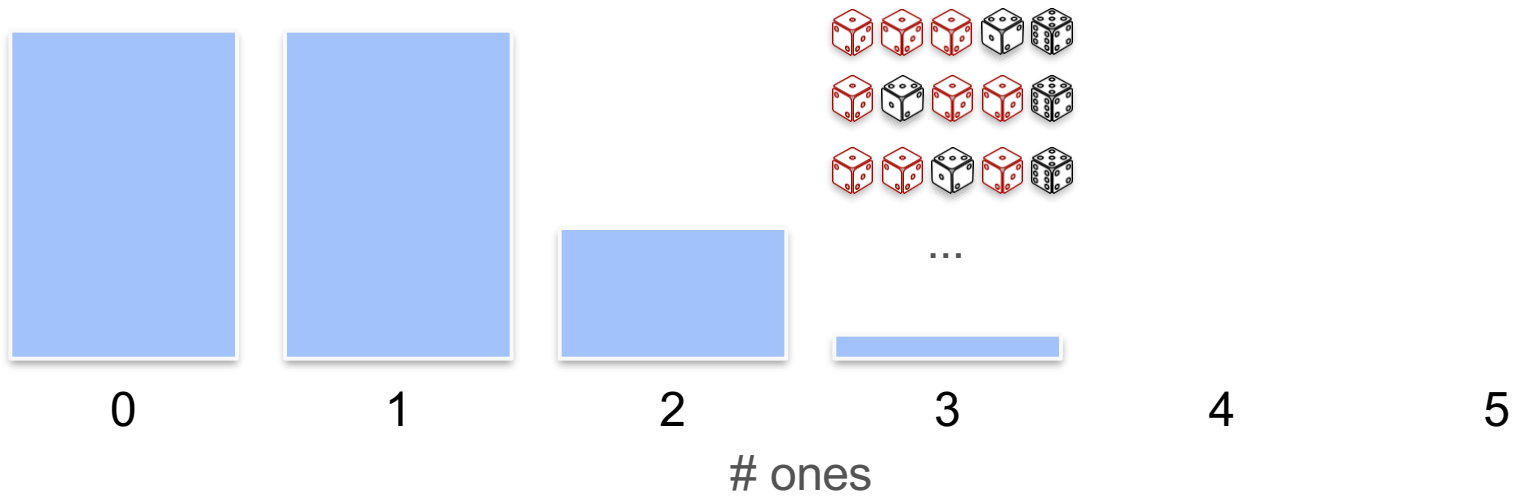


not heads

$$p = \frac{5}{6}$$

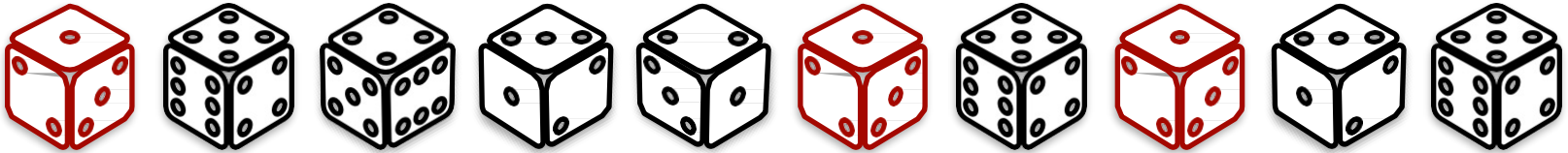
# Binom Dağılımı : Zar Hileli Bir Paradır!

$n = 5$   
 $p = 0.1666$



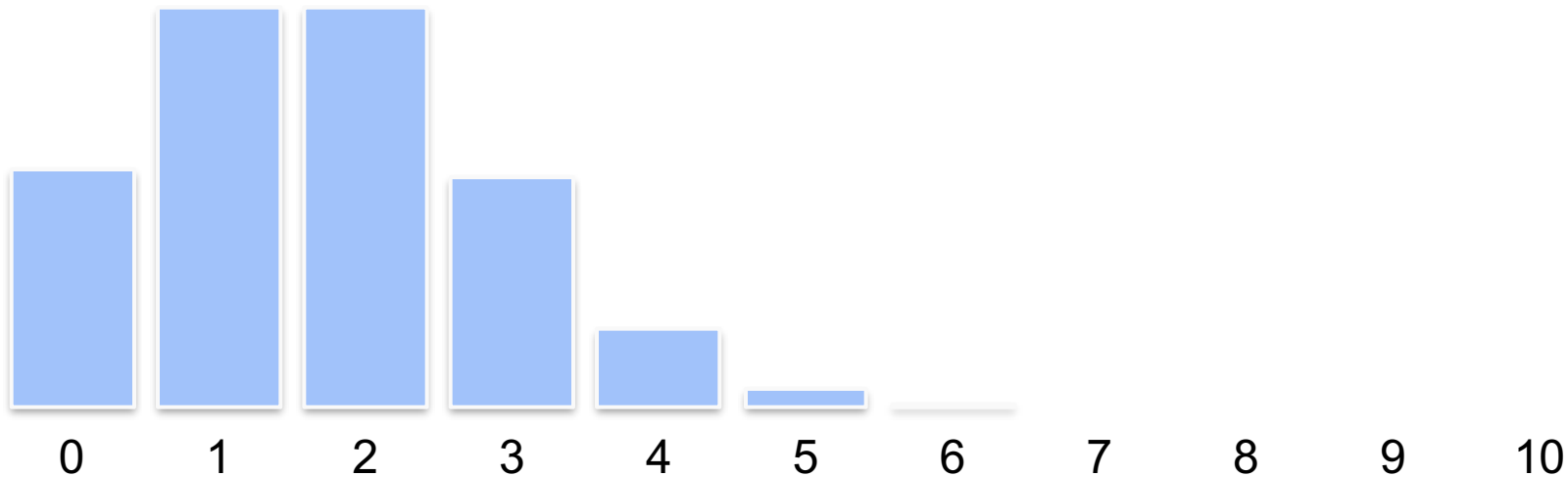
# Binom Dağılımı: Quiz

- Quiz: Aşağıdaki binom dağılımının parametreleri nelerdir:
  - 10 zar atılıyor
  - 1 sayısını kaç kez elde ettiğimi kaydetmek istiyorum



# Binom Dağılımı: Quiz

$$n = 10$$
$$p = 0.1666$$





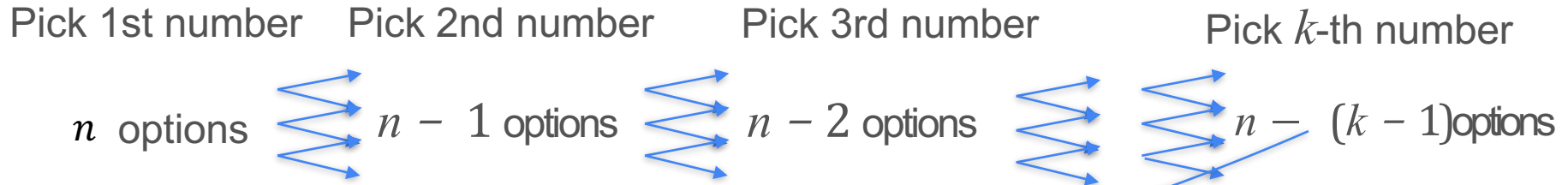
DeepLearning.AI

# Olasılık Dağılımları

---

## **Bionom Katsayısı**

# Binom Katsayısı



Ordered sets of length  $k$

$1, 2, 3, 4, \dots, k$

$2, 1, 3, 4, \dots, k$

$5, 1, 3, k, \dots, 2$

$n, 1, 3, 4, \dots, 2$

...

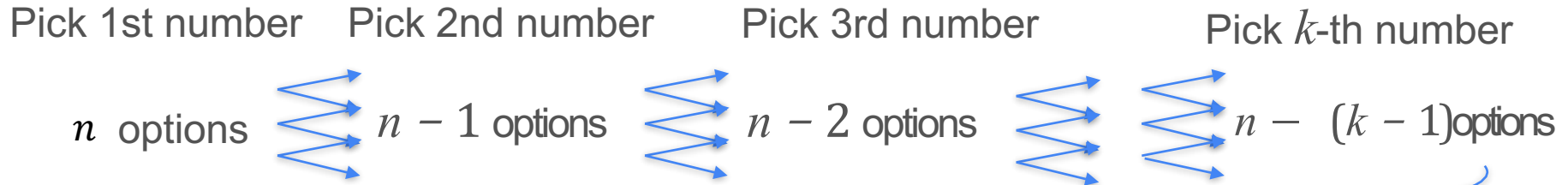
$$n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - (k - 1))$$

Some of them repeat

# Binom Katsayısı

|         | Pick 1st  | Pick 2nd                                 | Pick 3rd  | Pick 4th |
|---------|-----------|--|-----------|----------|
|         | 4 options | 3 options                                | 2 options | 1 option |
| 1,2,3,4 |           |  |           |          |
| 1,2,4,3 |           |  |           |          |
| 1,3,2,4 |           |  |           |          |
| 1,3,4,2 |           |  |           |          |
|         |           | $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$         |           |          |
|         |           | For five numbers:                        |           |          |
|         |           | $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$ |           |          |
| 4,3,2,1 |           | General solution: $k!$                   |           |          |

# Binom Katsayısı



Ordered sets of length  $k$

Unordered sets of length  $k$

1,2,3,4,...,  $k$

2,1,3,4,...,  $k$

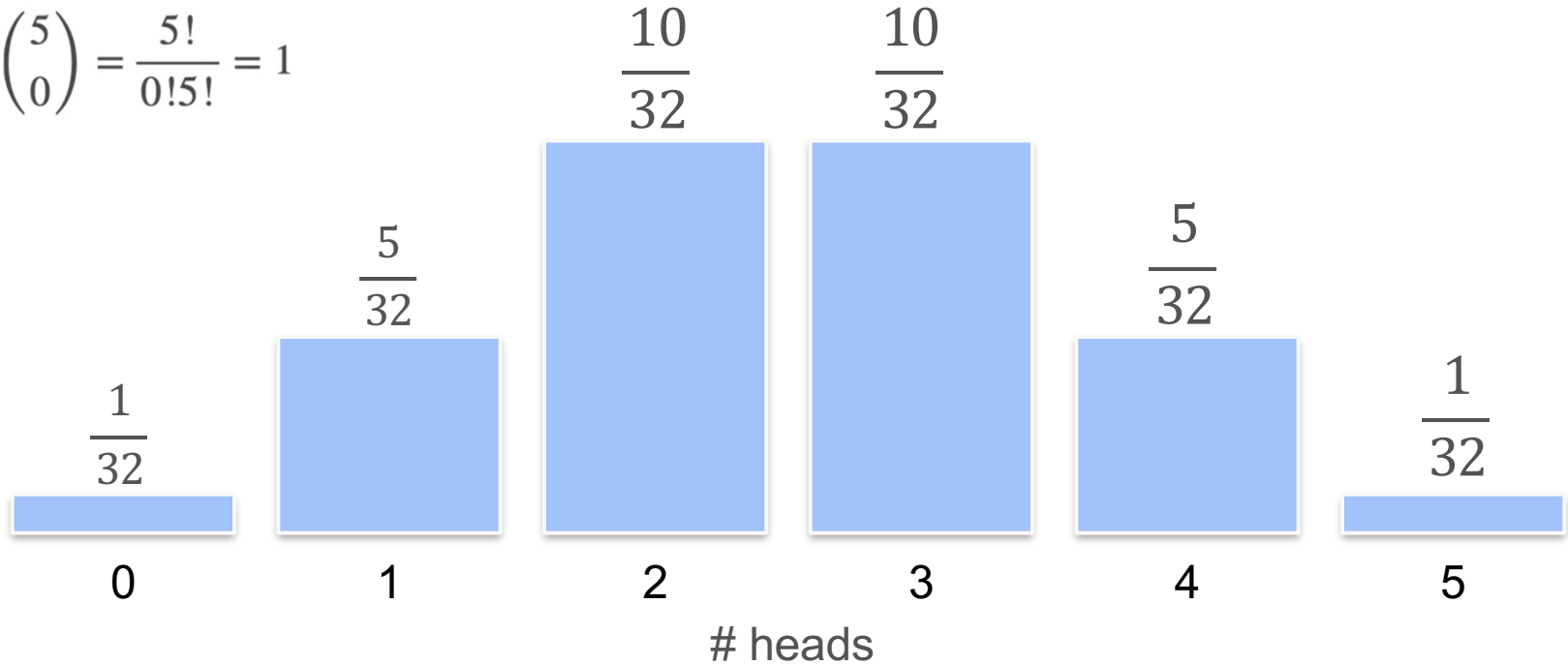
5,1,3, $k$ , ...,2

$n$ ,1,3,4,...,2

$$\frac{n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - (k - 1))}{k!} = \frac{n!}{(n - k)! k!} = \binom{n}{k}$$

# Binom Dağılımı: Adil Para

$$\binom{5}{0} = \frac{5!}{0!5!} = 1$$



# Binomial Dağılımı: Adil Para



50 %



50 %



0.5



0.5



0.5



0.5



0.5

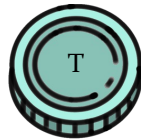
$$= \frac{1}{32}$$



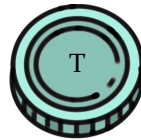
0.5



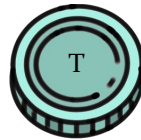
0.5



0.5



0.5



0.5

$$= \frac{1}{32}$$







# Binomial Dağılımı: Hileli Para



0.3 0.3 0.3 0.3 0.3 = 0.00243

0.3 0.3 0.7 0.7 0.7 = 0.01323

# Binomial Dağılımı : Hileli Para

|  |   |                     |                           |
|--|---|---------------------|---------------------------|
|  | $0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3$ | $0.3^5 \cdot 0.7^0$ |                           |
|  | $0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.7$ | $0.3^4 \cdot 0.7^1$ |                           |
|  | $0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.7 \cdot 0.7$ | $0.3^3 \cdot 0.7^2$ |                           |
|  | $0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7$ | $0.3^2 \cdot 0.7^3$ |                           |
|  | $0.3 \cdot 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7$ | $0.3^1 \cdot 0.7^4$ |                           |
|  | $0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7$ | $0.3^0 \cdot 0.7^5$ | $= 0.3^k \cdot 0.7^{n-k}$ |

# Binomial Dağılımı : Hileli Para



$0.3^5 \cdot 0.7^0$



$0.3^4 \cdot 0.7^1$



$0.3^3 \cdot 0.7^2$



$0.3^2 \cdot 0.7^3$



$0.3^1 \cdot 0.7^4$



$0.3^0 \cdot 0.7^5$

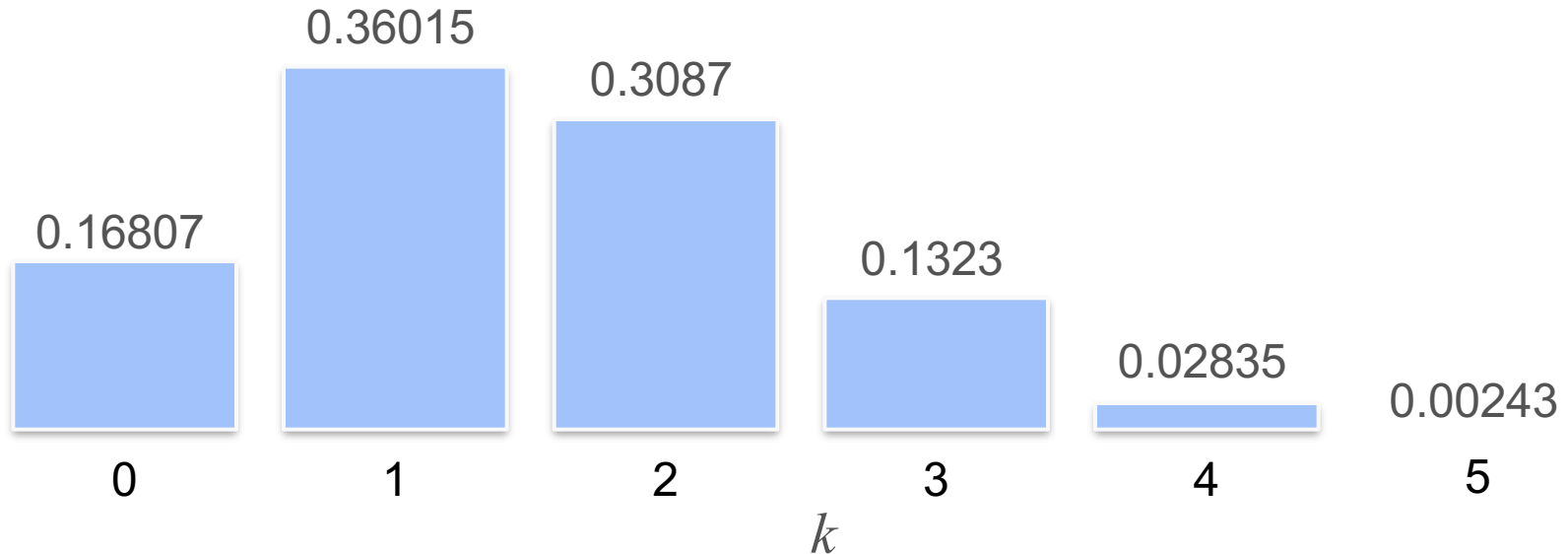
$$= 0.3^k \cdot 0.7^{n-k} \rightarrow \binom{n}{k} 0.3^k \cdot 0.7^{n-k}$$

Olası tüm yazı ve tura sıralarını hesaba katın

# Binomial Dağılımı : Hileli Para

$$= \binom{n}{k} 0.3^k \cdot 0.7^{n-k}$$

$$\begin{aligned} n &= 5 \\ p &= 0.3 \end{aligned}$$





DeepLearning.AI

# Olasılık Dağılımları

---

## Bernoulli Dağılımı

# Bernoulli Dağılımı

= heads sayısı

Madeni para atma



$$P(X = 1) = 0.5$$

$$P(X = 0) = 0.5$$

Success

Failure

= 1 gelme sayısı

Zar atma



$$P(X = 1) = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 0) = \frac{5}{6}$$

Success

Failure

= hasta sayısı



$$P(X = 1) = p$$

$$P(X = 0) = 1 - p$$

Success

Failure

$X \sim \text{Bernoulli}(p)$  ←  $p$  Bernoulli dağılımının parametresidir



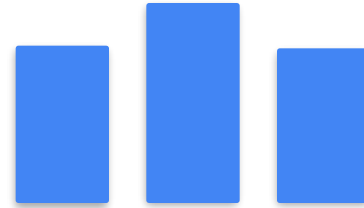
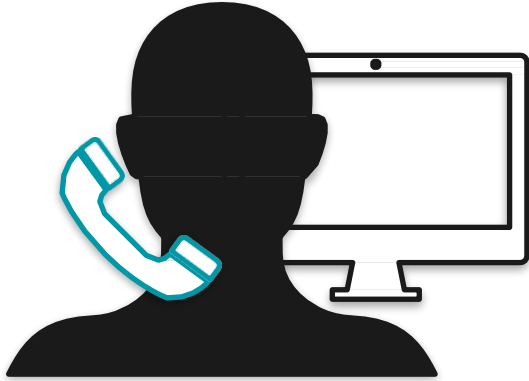
DeepLearning.AI

# Olasılık Dağılımları

---

## Olasılık Dağılımları (Sürekli)

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



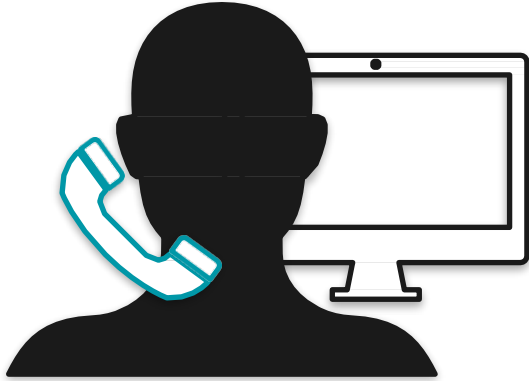
Bekleme zamanı: 1 2 3 (dk)

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara

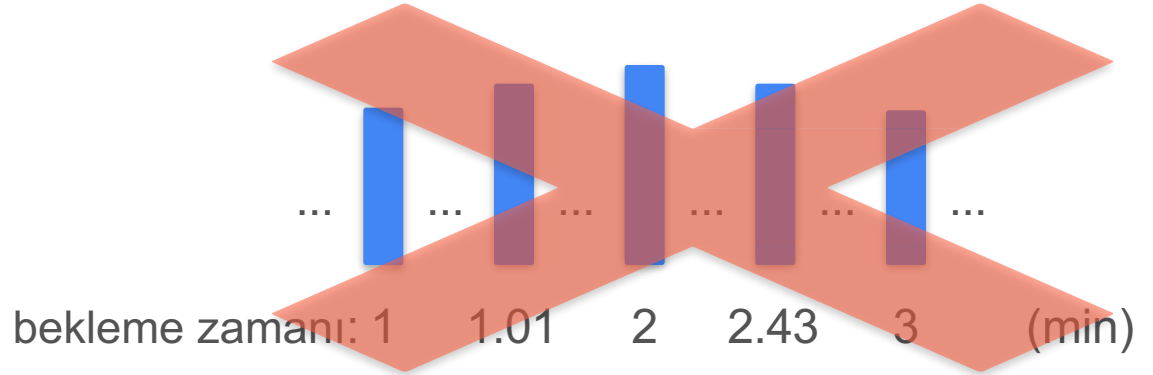


bekleme zamanı: 1 1.01 2 2.43 3 (dk)

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



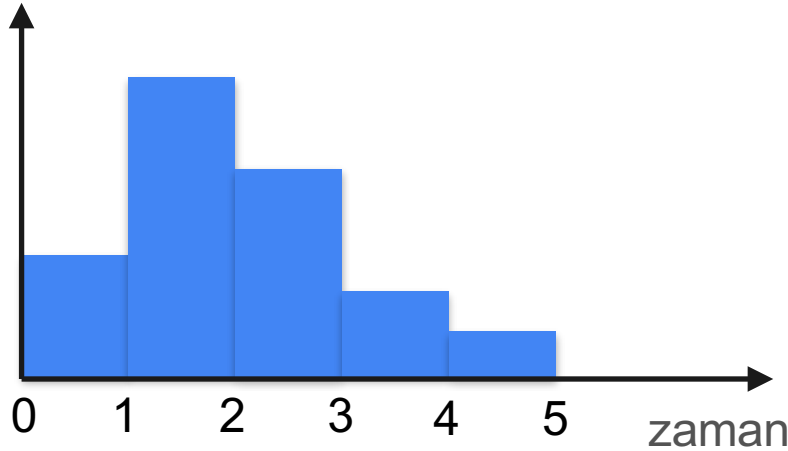
This is a continuous distribution!



Çağrı için TAM olarak bir dakika bekleme olasılığınız nedir?

Cevap: **SIFIR**

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



$P(0 \text{ ile } 1 \text{ dk arasında})$

$P(1 \text{ ile } 2 \text{ dk arasında})$

$P(2 \text{ ile } 3 \text{ dk arasında})$

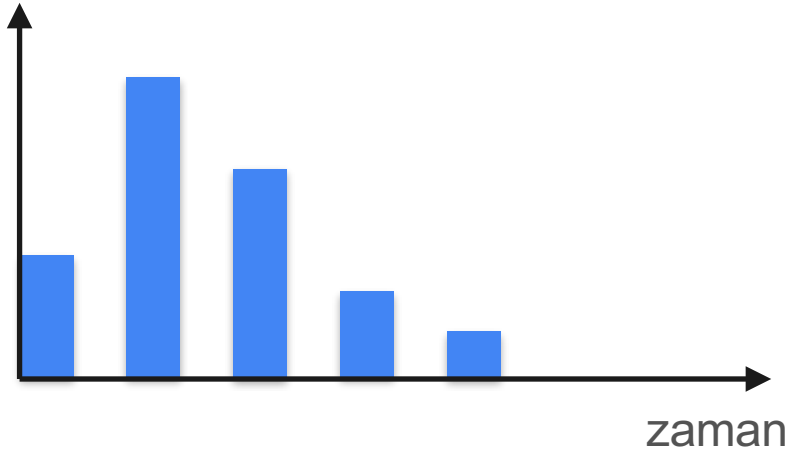
$P(3 \text{ ile } 4 \text{ dk arasında})$

$P(4 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



olasılık



$P(0 \text{ ile } 1 \text{ dk arasında})$

$P(1 \text{ ile } 2 \text{ dk arasında})$

$P(2 \text{ ile } 3 \text{ dk arasında})$

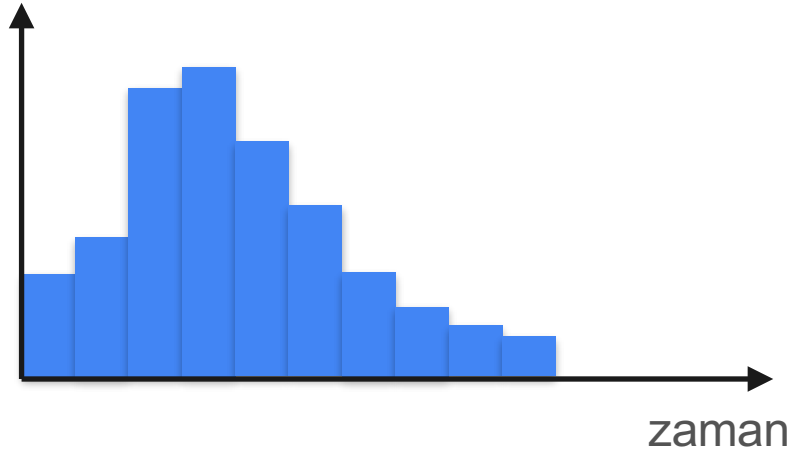
$P(3 \text{ ile } 4 \text{ dk arasında})$

$P(4 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



olasılık



$P(0 \text{ ile } 0.5 \text{ dk arasında})$

$P(0.5 \text{ ile } 1 \text{ dk arasında})$

$P(1 \text{ ile } 1.5 \text{ dk arasında})$

⋮

$P(3.5 \text{ ile } 4 \text{ dk arasında})$

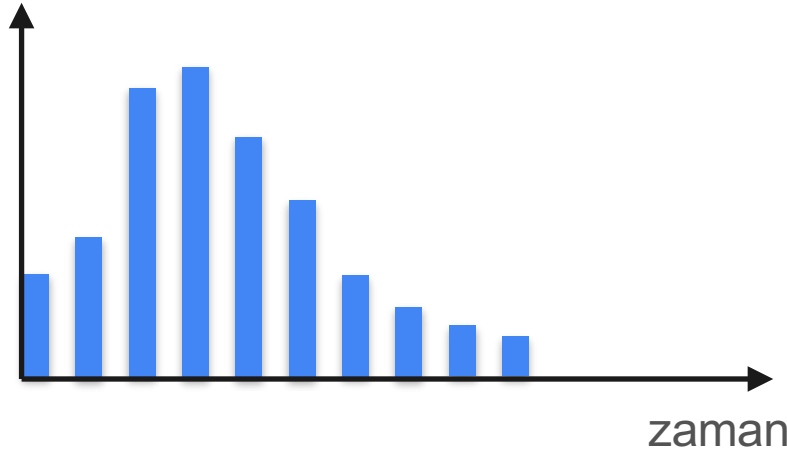
$P(4 \text{ ile } 4.5 \text{ dk arasında})$

$P(4.5 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



olasılık



$P(0 \text{ ile } 0.5 \text{ dk arasında})$

$P(0.5 \text{ ile } 1 \text{ dk arasında})$

$P(1 \text{ ile } 1.5 \text{ dk arasında})$

$\vdots$

$P(3.5 \text{ ile } 4 \text{ dk arasında})$

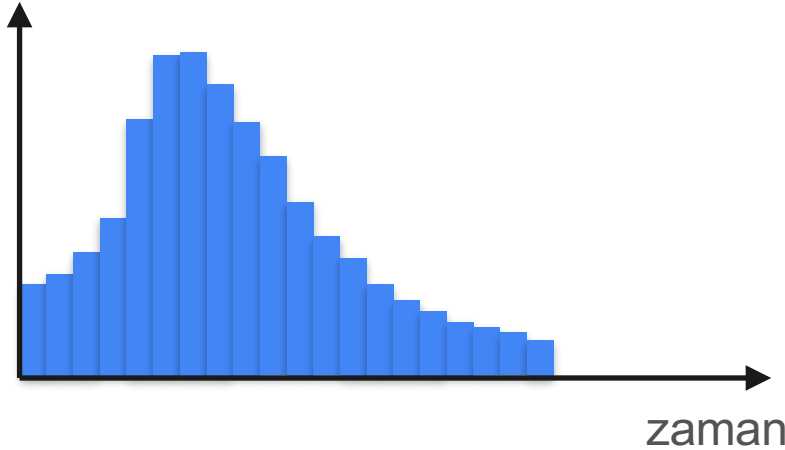
$P(4 \text{ ile } 4.5 \text{ dk arasında})$

$P(4.5 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



olasılık



$P(0 \text{ ile } 0.25 \text{ dk arasında})$

$P(0.25 \text{ ile } 0.5 \text{ dk arasında})$

$P(0.5 \text{ ile } 0.75 \text{ dk arasında})$

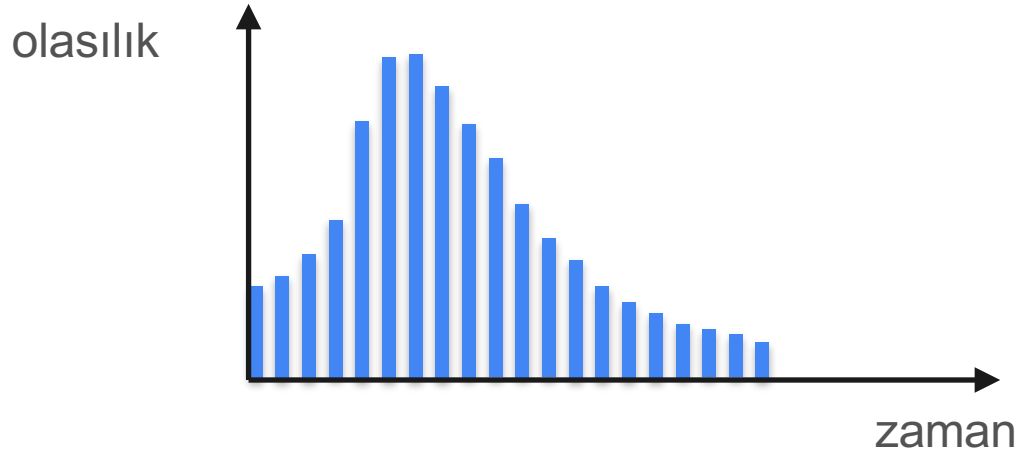
⋮

$P(4.25 \text{ ile } 4.5 \text{ dk arasında})$

$P(4.5 \text{ ile } 4.75 \text{ dk arasında})$

$P(4.75 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



$P(0 \text{ ile } 0.25 \text{ dk arasında})$

$P(0.25 \text{ ile } 0.5 \text{ dk arasında})$

$P(0.5 \text{ ile } 0.75 \text{ dk arasında})$

⋮

$P(4.25 \text{ ile } 4.5 \text{ dk arasında})$

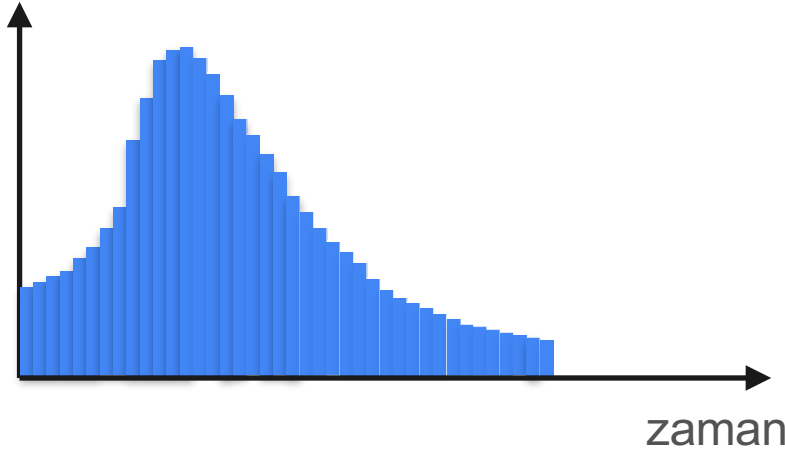
$P(4.5 \text{ ile } 4.75 \text{ dk arasında})$

$P(4.75 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



olasılık

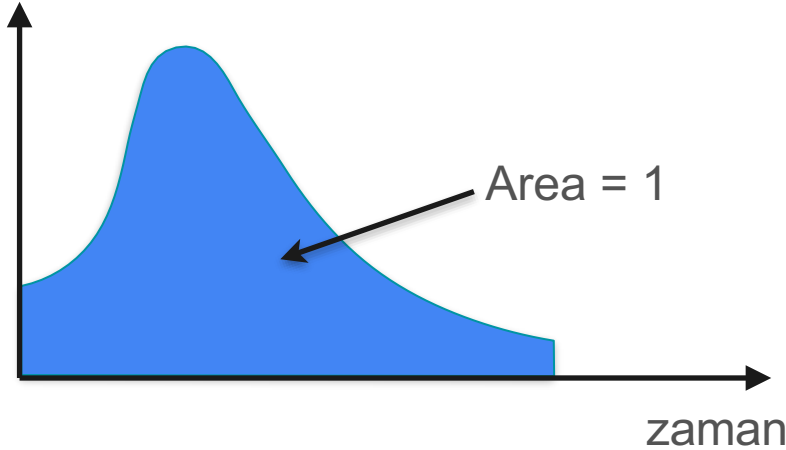


$P(0 \text{ ile } 0.125 \text{ dk arasında})$

⋮

$P(4.875 \text{ ile } 5 \text{ dk arasında})$

# Ayrık Dağılımlardan Sürekli Dağılımlara



- Ayrık:
  - Yükseklikler toplamı 1
- Sürekli:
  - Eğrinin altında kalan alan 1



DeepLearning.AI

---

**Özet**

# Rastgele (Rastlantı) Değişkenler

Belirli bir kurala göre rastgele değerler alabilen bir değişkene rastgele değişken denir

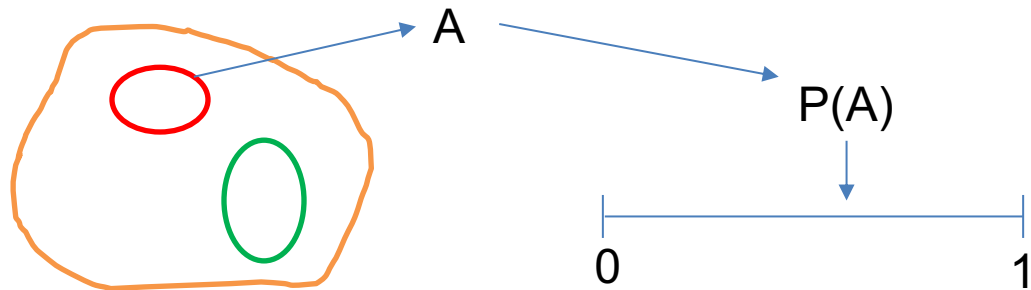
Rastgele değişkenler  $X, Y$  ve  $Z$  gibi büyük harflerle gösterilirler

**Örnek:** Ali'nin olasılık dersinden aldığı not yetmişbeş ise

Küçük  $x$  ←  $x = 75$

Burada  $X$  değişkeni Ali'nin olasılık dersinden aldığı 75'i göstermektedir.

**Soru:** Burada  $X$  rastgele değişken midir?



Olayları rastlantı  
değişkenleri ile  
göstereceğiz

$X$  → Sınav Notu  $R_X = \{0, 1, 2, \dots, 100\}$

Ali'nin sınav notu  $x_1 = 75$  (rastgele değişkenin aldığı sabit sayı)

$Y$  → Dolmuş Bekleme Süresi  $R_Y = \{0 < y < 15 \text{ dk}\}$



**Örnek:**  $X$  değişkeni olasılık dersini alan öğrencilerin dersten aldıkları notu gösterebilir.

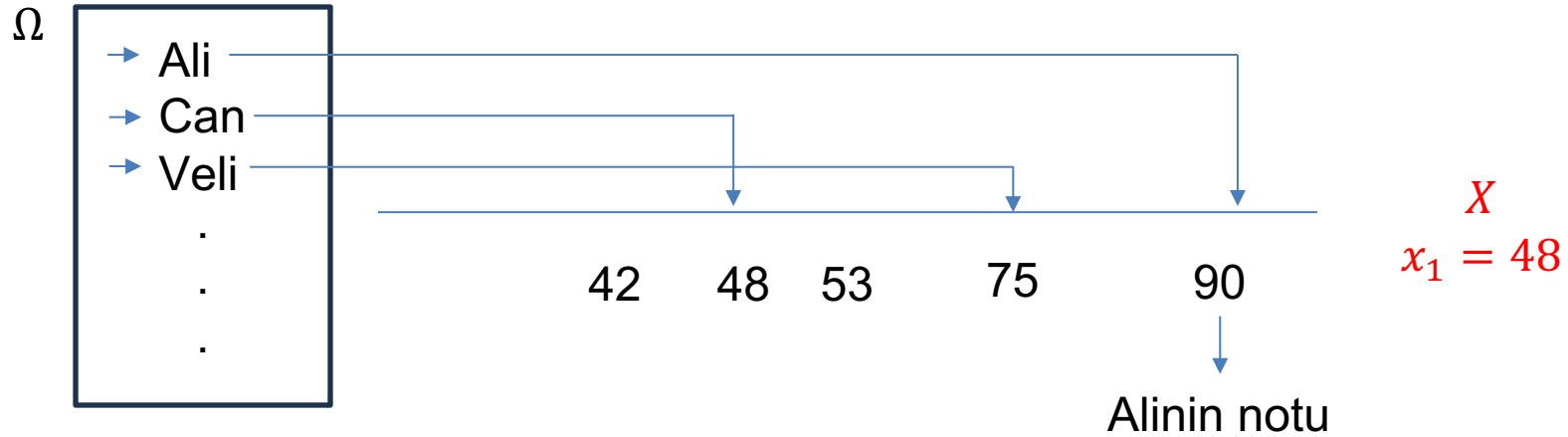
Bu durumda  $X$  değişkeninin sabit bir değeri yoktur.

Öğrencilerin aldığı notlara göre 0 ile 100 arasında değişen değerler alabilir.

**Sınıftan seçtiğimiz rastgele bir öğrenciye notunu sorduğumuzda**  $X$ 'in bir değişkenini öğrenmiş oluruz.

**Soru:** Burada  $X$  rastgele değişken midir?





$$R_X = \{0, 1, 2, \dots, 100\}$$

Burada  $X$  : Rastgele bir değişken olur

$R_X$  :  $X$  rastgele değişkeninin alabileceği değerleri gösterir



**Örnek:** Bir hat üzerinde çalışan dolmuşlar en çok 15 dk içerisinde duraktan hareket etmektedirler. Ancak dolmuş dolarsa süreyi beklemeden harekete geçmektedirler.

Aşağıdaki iki değişkeni inceleyelim

Ahmet dolmuş içerisinde yaklaşık 5dk beklemiş

(küçük)  $y \cong 5 dk$

$y$  Ahmet'in beklediği yaklaşık süreyi gösteriyor ve sabit bir değerdir.

**Örnek:** Bir hat üzerinde çalışan dolmuşlar en çok 15 dk içerisinde duraktan hareket etmektedirler. Ancak dolmuş dolarsa süreyi beklemeden harekete geçmektedirler.

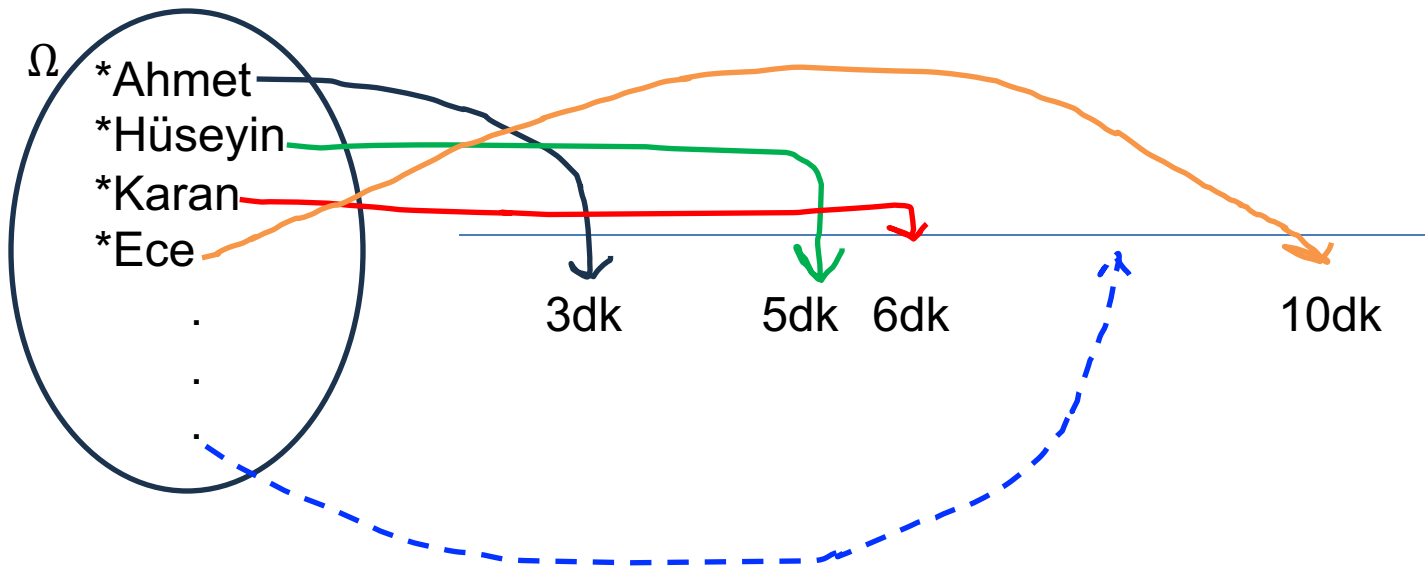
Aşağıdaki iki değişkeni inceleyelim

$Y$  : Yolcuların dolmuşta bekleme süresini gösteren değişken.

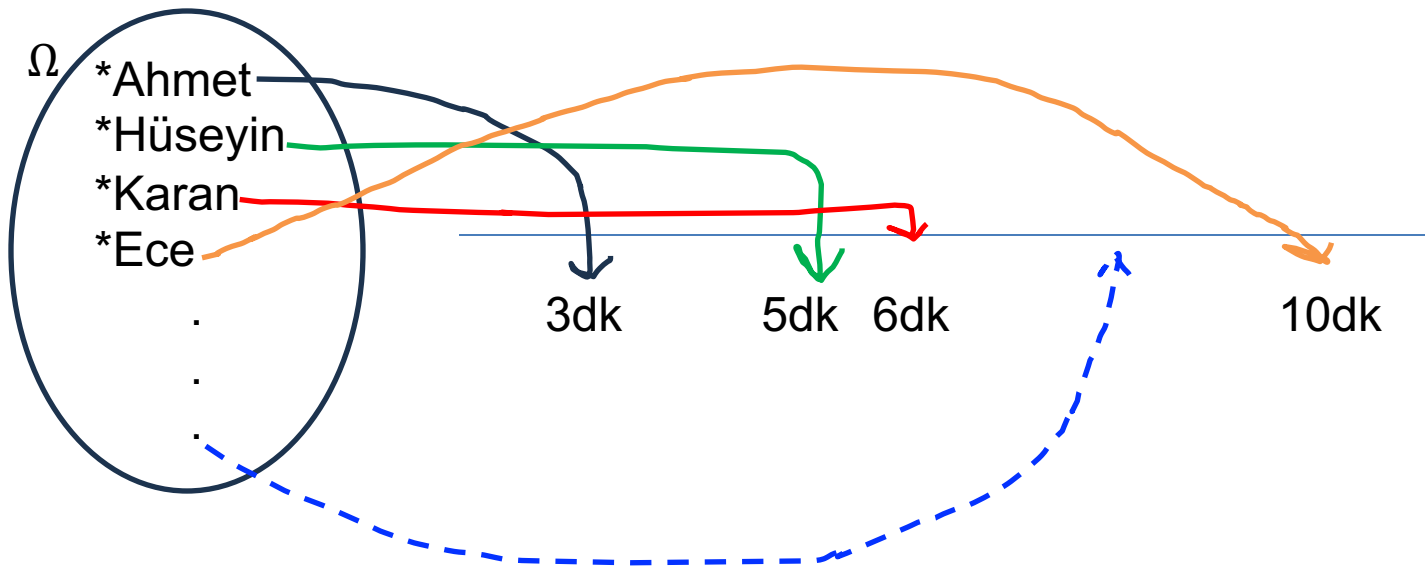
$Y \rightarrow$  Tekbir (sabit) değeri yoktur. Çeşitli değerler alabilir.

$$R_Y = \{0 \text{ --- } -15\}$$





Bu iki örnekte  $X$  ve  $Y$  olarak adlandırılan iki rastgele değişken gördük.



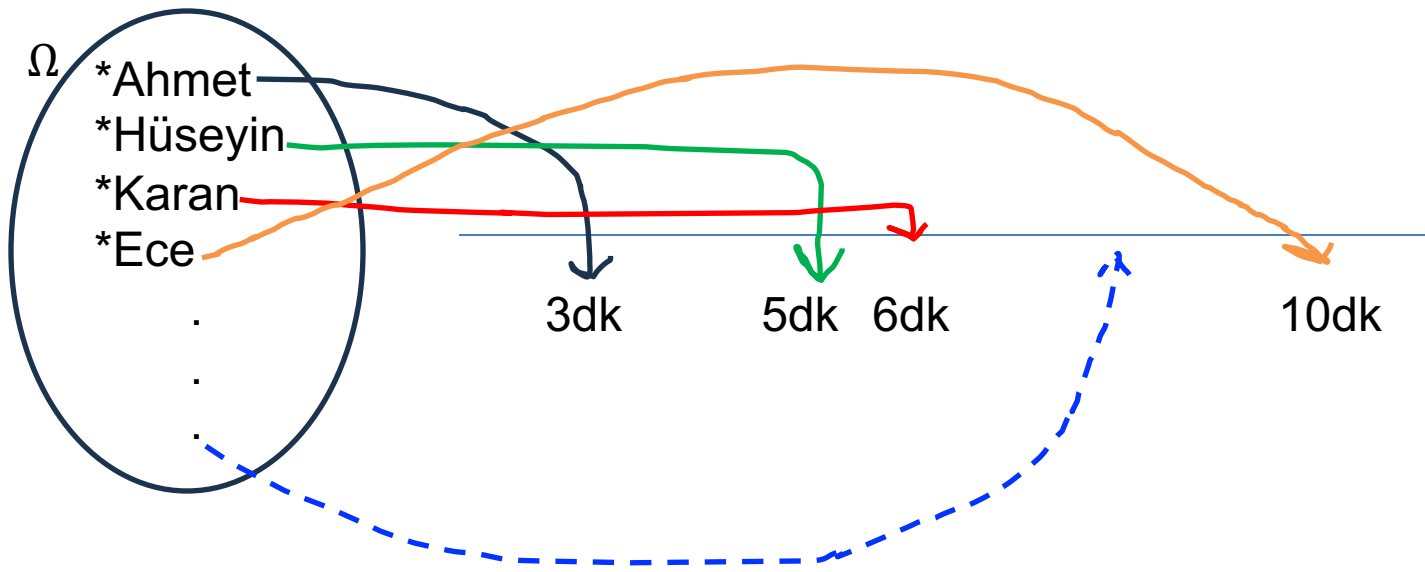
Gözlem1:

$X$  r.d 0 ile 100 arasında tamsayı değeri alabiliyor.

$$R_X = \{0,1,2, \dots, 100\}$$

$$= \{x \in \mathbb{Z} | 0 \leq x \leq 100\}$$

$X$  bazı değerleri diğerlerinden daha sık veya daha az alabilir



Gözlem2:

$Y$  r.d 0 ile 15 arasında reel değerler alabiliyor.

$$R_y = \{y \in R \mid 0 \leq y \leq 15\}$$

$Y$  bazı değerleri daha sık alabilir



# Rastgele (Rastlantı) Değişkenler

**Tanım:** Rastgele deney sonucu oluşan örnek uzayındaki her bir sonucu **belirli bir kurala göre** sayısal değerlere çeviren fonksiyonlara **Rastgele Değişken** denir

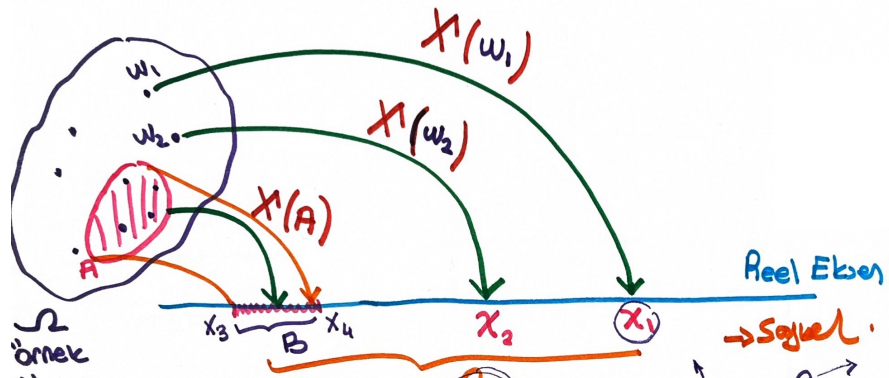
Rastgele değişkenler  $X, Y$  ve  $Z$  gibi büyük harflerle gösterilirler

**Örnek:** Ali'nin olasılık dersinden aldığı not yetmişbeş ise

**Küçük  $x$**  ←  $x = 75$

Burada  $X$  değişkeni Ali'nin olasılık dersinden aldığı 75'i göstermektedir.

**Soru:** Burada  $X$  rastgele değişken midir?



$\Omega$   
örnek  
Uzayı

$$P(A) = ?$$

$$A \subset \Omega$$

$$w \in \Omega$$

örnek  
uzayı

$$B = \{x_3 \leq X \leq x_4\}$$

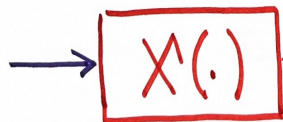
$$Rx$$

$$BCRx$$

$$A \equiv B$$

$$P(A) = P(B)$$

→ Sayısal.



$X$ : rastgele  
değişken bir  
fonksiyon

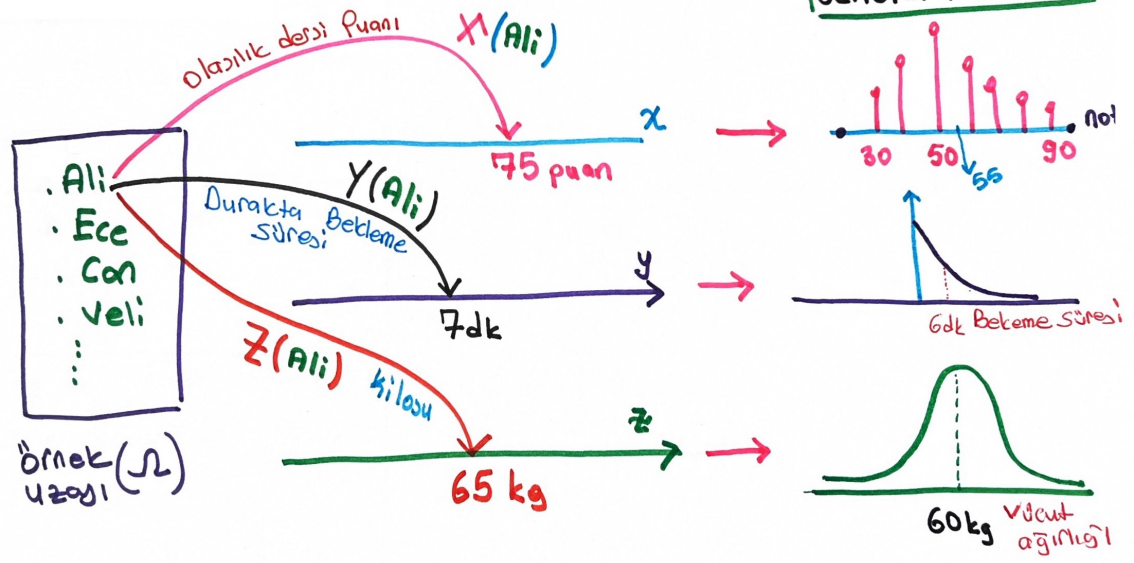
$x \in \mathbb{R}$   
 $X$  r.d. alabileceği  
değerlerin bulunduğu  
küme.

# Deney Sonuçlarını Neden Sayısal Değerlere Dönüştürüyoruz

Deney sonuçlarını rastlantı değişkeni yardımıyla sayısal değerlere dönüştürerek sonuçlar üzerinde **aritmetiksel** işlemler yapma kabiliyeti (imkanı) elde ederiz. Buda bize **deney sonuçlarından istatistiksel bilgi çıkarma ileriye dönük tahmin yapma imkanı sağlar.**

Farklı Rastgele değişkenler yardımıyla deney sonuçlarını ilgi duyduğumuz, ölçmeyi planladığımız değerlere dönüştürebiliriz.

# OLASILIK DAĞILIMI



Pratikteki değişkenin hangi değerleri netür sıklıkla aldıklarını gösteren Olasılık Dağılım fonksiyonları tahmin edilir. Bu sayede

Olasılık Hesaplama | Ortalama Değer Bulma | Belirsizlik miktarını Bulma




$P(X < 50) = ?$  |  $E(X) = ?$  |  $\text{Var}(X) = ?$



# Rastgele Değişken Türleri

$$X: \Omega \rightarrow R_X \subset R$$

Örnek Uzayı      Görüntü Kümesi      Reel Sayılar

| $R_X$   |  |   |
|---|--|---|
| Ayrık R.D   | Sürekli R.D  | Karma A.Δ   |
| $R_X \rightarrow$ Sayılabilir<br><br>$R_X \in \mathbb{Z}$ (tam sayılar) | $R_X \rightarrow$ Sayılamaz<br><br>$R_X \in \mathbb{R}$ reel sayılar. | $R_X \rightarrow$ Sayılabilir $\cup$ Sayılamaz<br> |
| Tanımlayıcı Fonksiyonlar  | Tanımlayıcı Fonksiyonlar   | Tanımlayıcı Fonksiyonlar  |
| 1- Olasılık Kütle Fonksiyonu<br>$P_X(x)$<br>2- Olasılık Dağılım Fonksiyonu<br>$F_X(x)$  | 1- Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu<br>$f_X(x)$<br>2- Olasılık Dağılım F.<br>$F_X(x)$  | 1- Olasılık Yoğunluk F.<br>$f_X(x)$<br>2. Olasılık dağılım fonk.<br>$F_X(x)$  |
| İstatistikler<br>Beklenen Değer $E(X)$<br>Varyans $Var(X)$  | Beklenen Değer $E(X)$<br>Varyans $Var(X)$  | Beklenen Değer $E(X)$<br>Varyans $Var(X)$   |

# Ayrık Rastgele Değişkenler

$X: \Omega \rightarrow R_X \subset Z$  (*Tam Sayılar*)

Görüntü Kümesi  $R_X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  burada  $n$  sonsuza gidebilir

**Örnek:** Yazı / Tura deneyi için  $X$  r.d aşağıdaki gibi tanımlanıyor

$$P(Y) = 0.6, \quad P(T) = 0.4 \text{ [Hileli Para]}$$

$$X(w) = X = \begin{cases} 0 & w = \{Y\} \\ 1 & w = \{T\} \end{cases}$$

**Örnek:** Yazı / Tura deneyi için  $X$  r.d aşağıdaki gibi tanımlanıyor

$$X(w) = X = \begin{cases} 0 & w = \{Y\} \\ 1 & w = \{T\} \end{cases} \quad P(Y) = 0.6, \quad P(T) = 0.4 \text{ [Hileli Para]}$$

Buna göre;

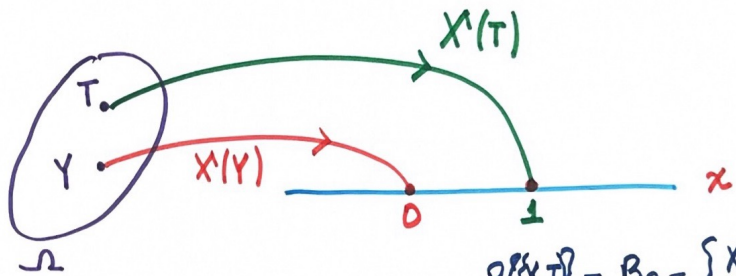
a)  $R_x = ?$

b)  $R'_x$  in her bir değerinin olasılığını bulun

c) Aşağıdaki olayları R.D yardımıyla tamalayın

$$A_1 = \{Y\} \quad A_3 = \{Y, T\}$$

$$A_2 = \{T\} \quad A_4 = \emptyset$$



$$P\{Y, T\} = B_3 = \{X \leq 1\} \\ = \{0, 1\}$$

$$R_X = \{x_1, x_2\} \\ = \{0, 1\}$$

Büyük  $X$  : Rastlantı Değişkeni  
 Küçük  $x$  : Rastgele değişkenin alacağı her hangi bir değer  
 $x_1$  : R.D aldığı belirli değer  
 $x_2$  : " " " "  
 $R_X = \{0, 1\}$

$$P(\{T\}) = 0.4$$

$$= P(X=1)$$

Örnek Uzayında  
Tanımlanmış  
Olaylar

Rastgele Değişken  
ile Tanımlanmış  
Olaylar

$$\{X=x\}$$

|                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| $A_1 = \{Y\}, P(A_1) = 0.6$   | $B_1 = \{X=0\}, P(B_1) = 0.6$    |
| $A_2 = \{T\}, P(A_2) = 0.4$   | $B_2 = \{X=1\}, P(B_2) = 0.4$    |
| $A_3 = \{Y, T\}, P(A_3) = 1$  | $B_3 = \{X \leq 1\}, P(B_3) = 1$ |
| $A_4 = \emptyset, P(A_4) = 0$ | $B_4 = \{X < 0\}, P(B_4) = 0$    |

