

# Hafta 2

## Olasılığa Giriş



DeepLearning.AI



---

## Hafta 1 Özet

# Temel Kavramlar

**Rastgele Deney:** Sonuçları önceden bilinmeyen tekrarlanabilir deneylere denir. Kısaca **deney** olarak isimlendirilir.

**Sonuç:** Deneyin gerçekleşmesi sonrası ortaya çıkan durum, sonuç.

**Örnek Uzay (Evrensel Küme):** Deneye ait olası tüm sonuçların oluşturduğu küme

**Olay:** Örnek uzayın herhangi bir alt kümesi.

# Temel Kavramlar

## Olasılık Teorisi

- Sonuç
- Olay
- Örnek Uzayı

## Küme Teorisi

- Küme elemanları
- Küme
- Evrensel küme

# Temel Kavramlar

**Deney:** Sonuçları önceden bilinmeyen ve tekrarlanabilir hadiseler

**Deney1:** Olasılık dersinden dönem sonunda alacağınız not

**Deney2:** Bozuk parayı havaya atıp sonucunu gözlemlemeniz

**Deney3:** Otobüs durağında otobüsün gelmesi için ne kadar bekleyeceğiniz

**Sonuç:** Gözlenen deneye ait herhangi bir sonuç.

**Deney1'e ait bazı sonuçlar:** {10,26,59,90}

**Deney2'ye ait bazı sonuçlar:** {Yazı, Tura, Dik}

**Deney3'e ait bazı sonuçlar:** {10 dk dan az, 10dk, 2 saatten çok}

# Temel Kavramlar

**Örnek Uzay:** Gözlenen deneye ait olası tüm sonuçlar

**Deney1:**  $\Omega_1 = \{x : 0 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{Z}\}$  (Ayrık)

**Deney2:**  $\Omega_2 = \{\text{Yazı}, \text{Tura}\}$  (Ayrık)

**Deney3:**  $\Omega_3 = \{t : t > 0, t \in \mathbb{R}\}$  (Sürekli)

**Olay:** Örnek uzayın herhangi bir alt kümesi.

**Deney1**  $A = \{10 \leq x \leq 40\}$

**Deney2**  $B = \{\text{Yazı}\}$

**Deney3**  $C = \{5dk \leq t \leq 15dk\}$

# Temel Kavramlar

**Örnek:** Bir zar atılarak rastgele bir deney gerçekleştiriliyor

**Örnek uzay:**  $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$  (Ayrık)

$$|\Omega| = 6$$

**Olay:**  $A = \{1,3,5\}$  (tek sayıların gelmesi)

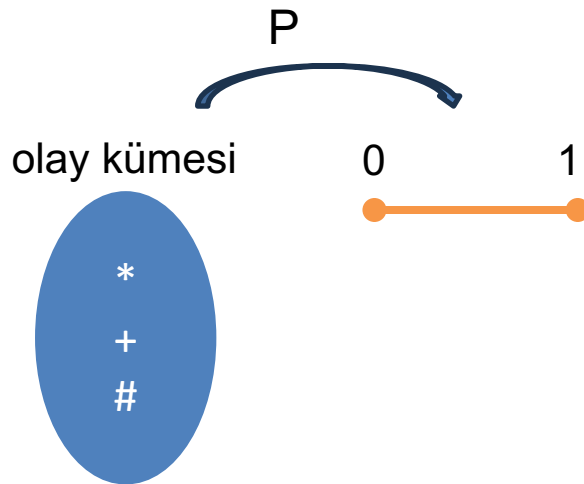
$$\text{Olay sayısı} = 2^n = 2^6 = 64$$

# Olasılık Nedir?

**Olasılık:** Olasılık ( $P$ ) bir **fonksiyondur**. Tanım kümesi olaylar, değer kümesi ise  $[0-1]$  aralığındadır.

$P$ : *olay kümesi*  $\rightarrow [0,1]$

A bir olay ise  $P(A) \in [0,1]$



# Aksiyomlar

A ve B iki olay ve  $\Omega$  örnek uzayında tanımlı olsun

1-  $P(A) \geq 0$

2-  $P(\Omega) = 1$

3-  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , *şayet*  $A \cap B = \emptyset$  *ise* (A ve B ayrık, bağdaşmayan olaylar ise)

Olasılığın 0 olması ilgilenilen olayın gerçekleşmediği, olayın 1 olması ise olayın kesinlikle gerçekleştiğini ifade etmektedir.

Olasılığın temel özelliklerinden ikincisi ise bir basit olayların olasılıkları toplamı her zaman 1'e eşittir. Bir paranın bir kez atılması olayında  $P(Y) + P(T) = 1$  dir.

# Aksiyomlar (devam)

İlk üç aksiyomdan türetilen diğer aksiyomlar;

A, B iki olayı ve  $\Omega$  örnek uzayı gösterebilirsin

4-  $P(A) + P(A^c) = 1$  veya  $P(A) = 1 - P(A^c)$

5-  $P(\emptyset) = 0$

6-  $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

7-  $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots$  şayet  $A_1, A_2, A_3, \dots$  karşılıklı ayrık ise

8-  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  şayet  $A \cap B \neq \emptyset$  ise



DeepLearning.AI

# Olasılığa Giriş

---

## Olasılık nedir?

Bir olayın meydana gelme olasılığının ölçütüne olasılık denir

# Olasılığa Giriş



Rastgele seçtiğiniz bir çocuğun futbol oynuyor olma olasılığı nedir?

# Olasılığa Giriş



Rastgele seçtiğiniz bir çocuğun futbol oynuyor olma olasılığı nedir?

**Rastgele seçilen bir çocuğun futbol oynama olasılığı.**



$P(\text{soccer})$

# Olasılığa Giriş

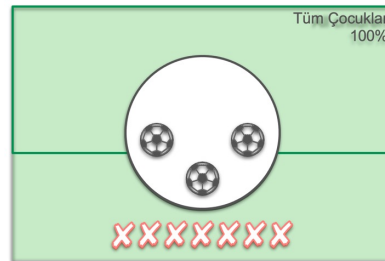
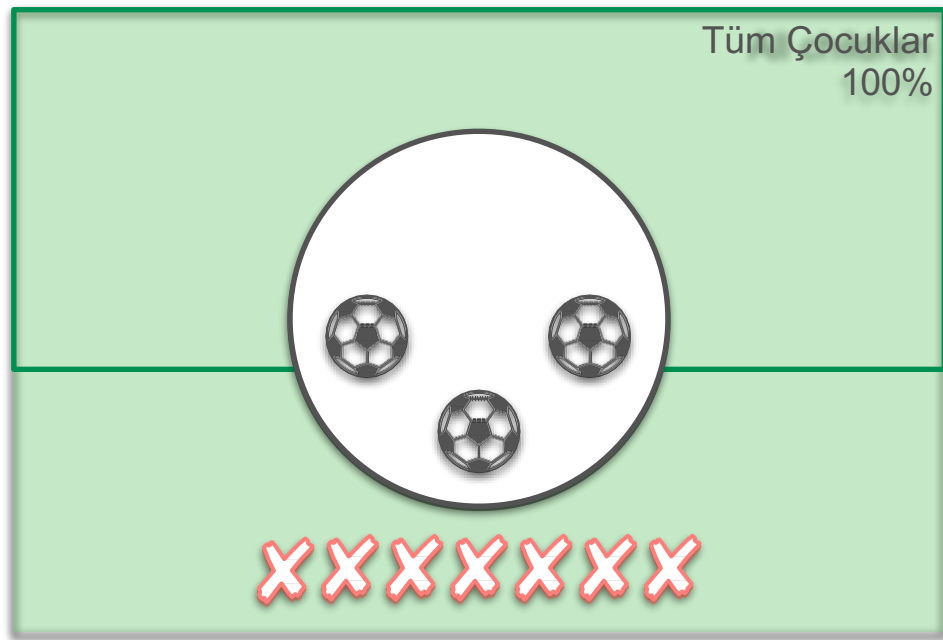


Rastgele seçilen bir çocuğun futbol oynama olasılığını bulun.

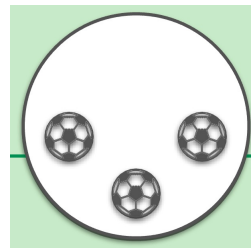
$$P(\text{soccer}) = \frac{\text{soccer}}{\text{total}} = \frac{\text{Olay}}{\text{Örnek uzayı}} = \frac{3}{10} = 0.3$$

The diagram illustrates the probability calculation. A large blue rounded rectangle contains 10 icons: 3 soccer balls and 7 red 'X' marks. A smaller blue rounded rectangle above it contains the 3 soccer balls. An arrow points from the label 'Olay' to the smaller rectangle. Another arrow points from the label 'Örnek uzayı' to the larger rectangle.

# Olasılığa Giriş: Venn Diyagramı



Örnek Uzay



Olay

# Olasılığa Giriş: Madeni Para Örneği 1

Olasılıkta deney: Belirsiz bir sonuç üreten herhangi bir süreçtir, dolayısıyla bozuk para atmak bir deneydir



Deney

Tura gelme olasılığı

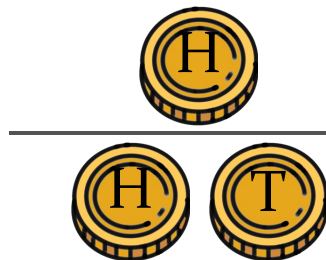
$P(H)$

# Olasılığa Giriş: Madeni Para Örneği 1



50% 50%

$P(H) =$



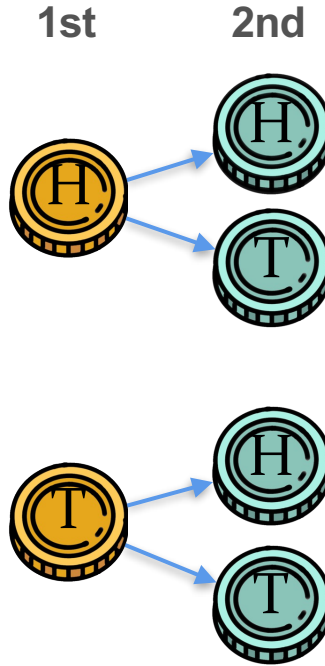
$$= \frac{1}{2} = 0.5$$

# Olasılığa Giriş: Madeni Para Örneği 2



50% 50%

İki madeni para  
atıldığında her ikisinin de  
tura gelme olasılığı nedir?



# Olasılığa Giriş: Madeni Para Örneği 2



50% 50%



$$P(HH) = \frac{\text{Number of HH outcomes}}{\text{Total number of outcomes}} = \frac{1}{4} = 0.25$$

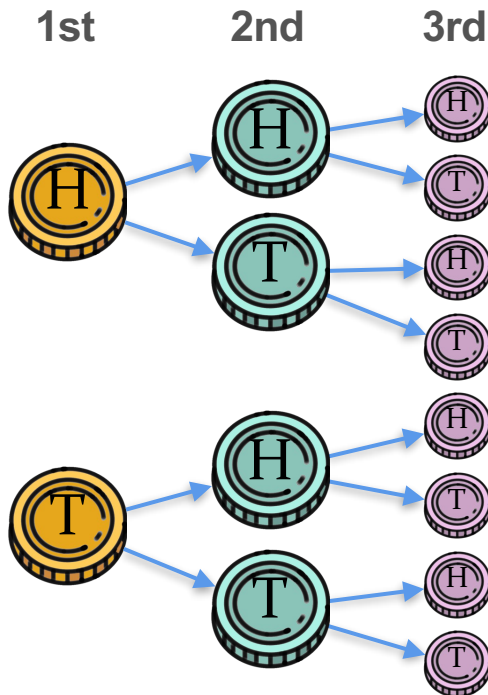


# Olasılığa Giriş: Madeni Para Örneği 3



50% 50%

üç madeni para  
atıldığında her üçünün de  
tura gelme olasılığı nedir?



# Olasılığa Giriş: Madeni Para Örneği 3



50% 50%

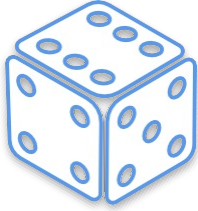


$P(HHH) =$



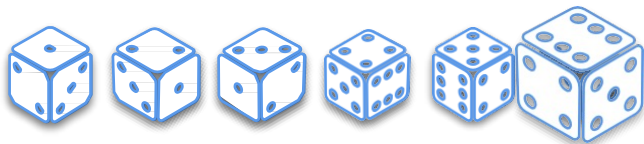
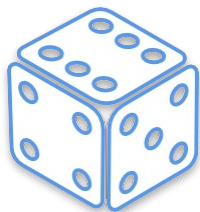
$$= \frac{1}{8} = 0.125$$

# Olasılığa Giriş: Zar Deneyi 1

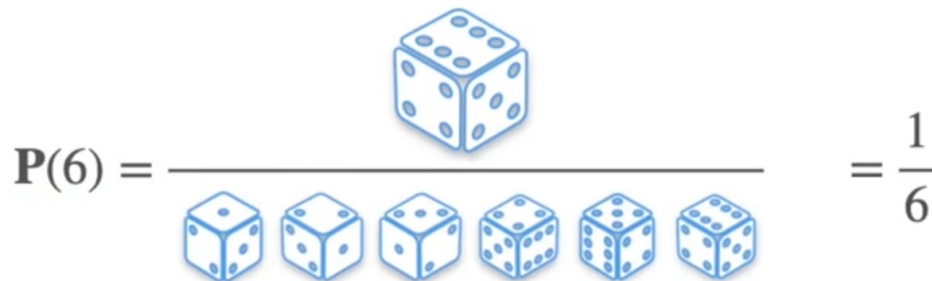


6 gelme olasılığı nedir ?

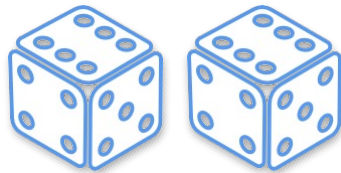
# Olasılığa Giriş: Zar Deneyi 1



6 gelme olasılığı nedir ?

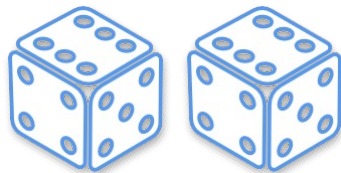
$$P(6) = \frac{\text{6 gelme olasılığı}}{\text{6 olası sonuç}} = \frac{1}{6}$$


# Olasılığa Giriş: Zar Deneyi 2



İki zar atılırsa 6,6 gelme olasılığı nedir ?

# Olasılığa Giriş: Zar Deneyi 2



What is the probability of obtaining 6,6?



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$$P(6,6) = \frac{\boxed{6,6}}{\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1,1 & 1,2 & 1,3 & 1,4 & 1,5 & 1,6 \\ \hline 2,1 & 2,2 & 2,3 & 2,4 & 2,5 & 2,6 \\ \hline 3,1 & 3,2 & 3,3 & 3,4 & 3,5 & 3,6 \\ \hline 4,1 & 4,2 & 4,3 & 4,4 & 4,5 & 4,6 \\ \hline 5,1 & 5,2 & 5,3 & 5,4 & 5,5 & 5,6 \\ \hline 6,1 & 6,2 & 6,3 & 6,4 & 6,5 & 6,6 \\ \hline \end{array}} = \frac{1}{36}$$



DeepLearning.AI

---

# Olasılığın Tümüleyeni

# Olasılığın Tümüleyeni



30%

Rastgele seçilen bir çocuğun futbol oynamama olasılığı nedir?

# Olasılığın Tümüleyeni

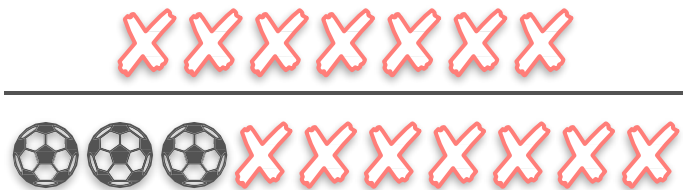


30%

Rastgele seçilen bir çocuğun futbol oynamama olasılığı nedir?

$$P(\text{not soccer}) = \frac{\text{not soccer}}{\text{toplam}} = \frac{\text{XXXXXXXXXX}}{\text{OOOXXXXXXXXX}} = \frac{7}{10} = 0.7$$

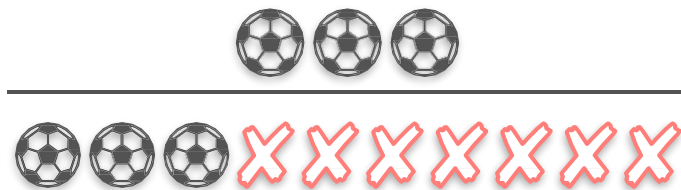
# Olasılığın Tümüleyeni



$P(\text{not soccer})$

0.7

+



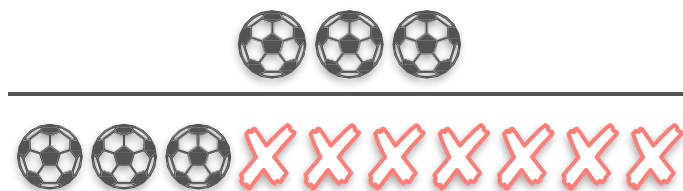
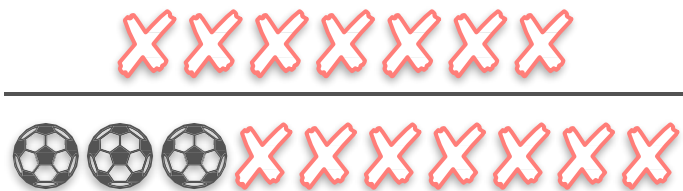
$P(\text{soccer})$

0.3

=

1

# Olasılığın Tümlenyeni



$$P(\text{not soccer}) = 1 - P(\text{soccer})$$

0.7

=

1

-

0.3

Complement Rule

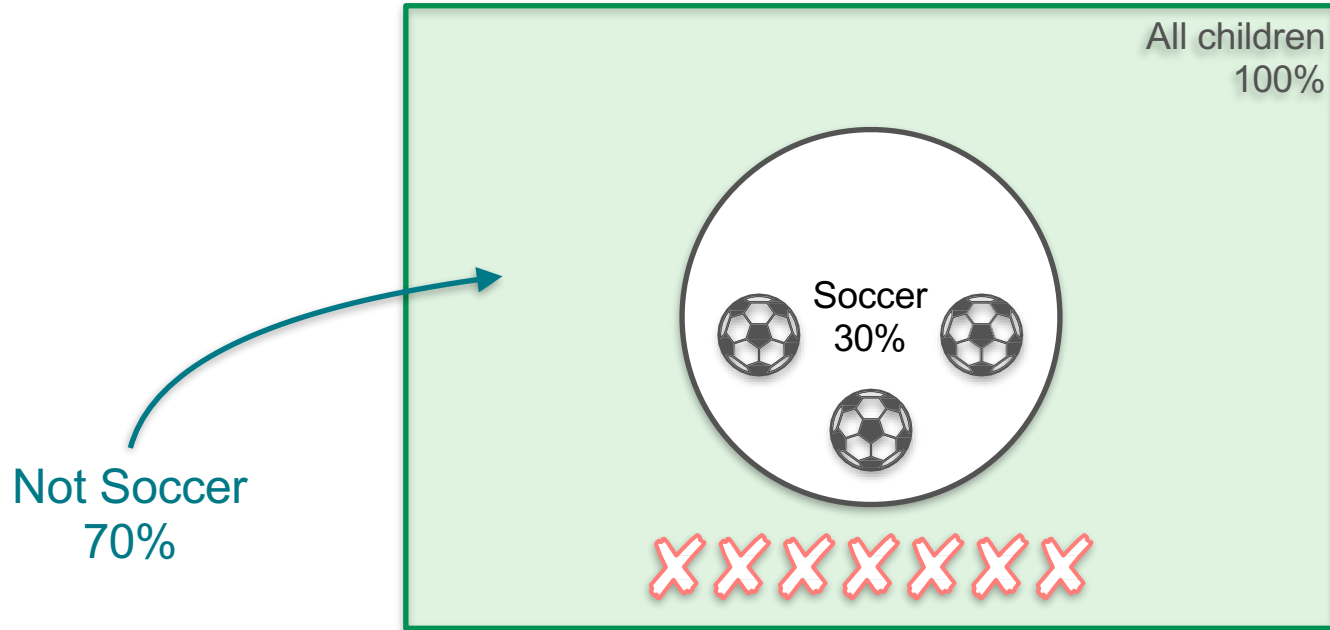
# Olasılığın Tümlenyeni

$$P(\text{not soccer}) = 1 - P(\text{soccer})$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Tamamlama Kuralı

# Olasılığın Tümleyeni: Venn Diyagram



# Olasılığın Tümüleyeni: Yazı Tura Örneği 1



3 kez tura gelmeme olasılığı nedir ?

# Olasılığın Tümüleyeni: Yazı Tura Örneği 1



3 kez tura gelmeme olasılığı nedir ?

$$P(\text{not } HHH) = 1 - P(HHH)$$

$$P(HHH) = \frac{\begin{array}{c} \text{H} \\ \text{H} \\ \text{H} \end{array}}{\begin{array}{cccccccc} \text{H} & \text{H} & \text{H} & \text{H} & \text{T} & \text{T} & \text{T} & \text{T} \\ \text{H} & \text{H} & \text{T} & \text{T} & \text{H} & \text{H} & \text{T} & \text{T} \\ \text{H} & \text{T} & \text{H} & \text{T} & \text{H} & \text{T} & \text{H} & \text{T} \end{array}} = 1/8$$

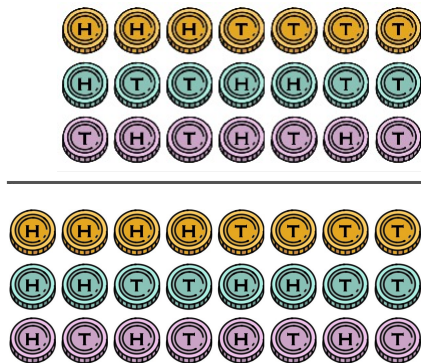
# Olasılığın Tümleyeni: Yazı Tura Örneği 1



3 kez tura gelmeme olasılığı nedir ?

$$P(\text{not } HHH) = 1 - P(HHH)$$

$$\begin{aligned} P(\text{not } HHH) &= 1 - \frac{1}{8} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$



# Olasılığın Tümleyeni: Zar Örneği 1



6 dan farklı bir şey elde etme  
olasılığı nedir?

# Olasılığın Tümüleyeni: Zar Örneği 1



6 dan farklı bir şey elde etme  
olasılığı nedir?



$P(\text{not } 6) =$



$-$



$=$



$=$

$\frac{5}{6}$

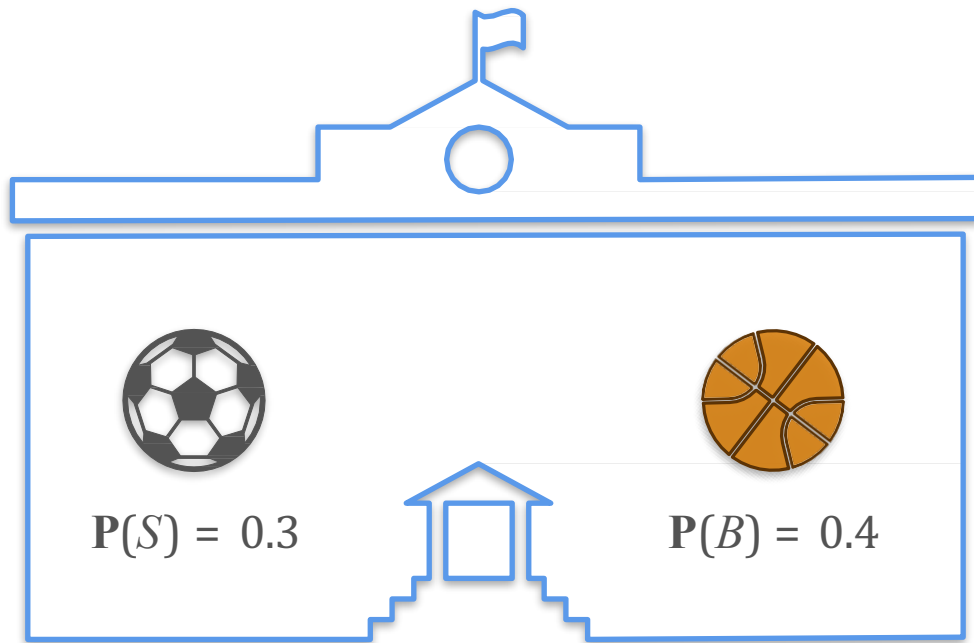


DeepLearning.AI

---

## Olasılıkların Toplamı (Ayrık Olaylar)

# Olasılıkların Toplamı: Quiz 1

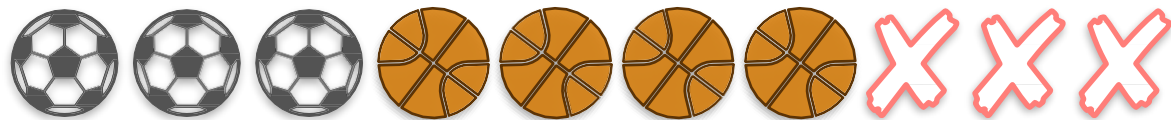


Çocuklar sadece bir spor yapabiliyor (futbol veya basketbol).

Bir çocuğun futbol veya basketbol oynama olasılığı nedir?

Okulda sadece 10 çocuk olduğunu düşünelim

# Olasılıkların Toplamı: Quiz 1 Çözüm



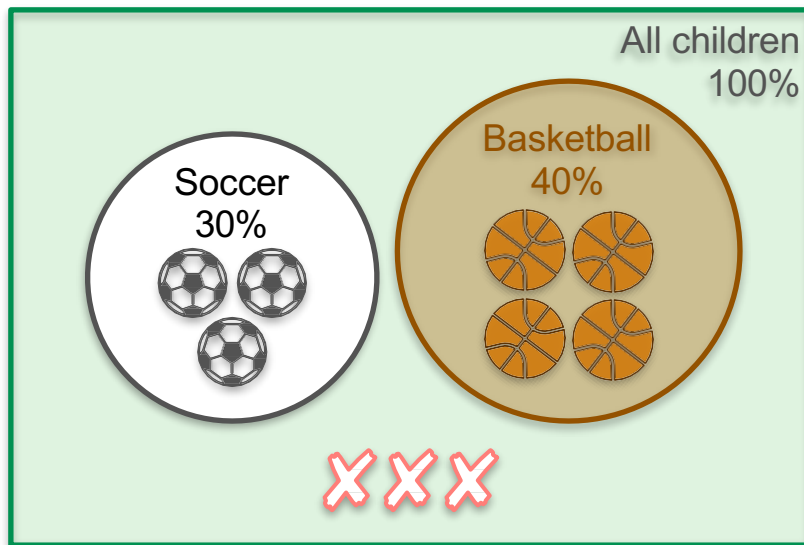
└── 30% ──┬── 40% ──┘

└──────── 70% ─────────┘

$$P(\text{soccer or basketball}) = \frac{\text{soccer or basketball}}{\text{total}} = \frac{3 + 4}{10} = 0.7$$

$$P(\text{soccer or basketball}) = P(\text{soccer}) + P(\text{basketball})$$

# Olasılıkların Toplamı: Quiz 1 Çözüm



$$P(\text{soccer} \cup \text{basketball}) = P(\text{soccer}) + P(\text{basketball})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 1



Bir zar attığımızda (adil) çift sayı veya 5 gelme olasılığı nedir?

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 1



Bir zar attığımızda (adil) çift sayı veya 5 gelme olasılığı nedir?

*A*



*B*



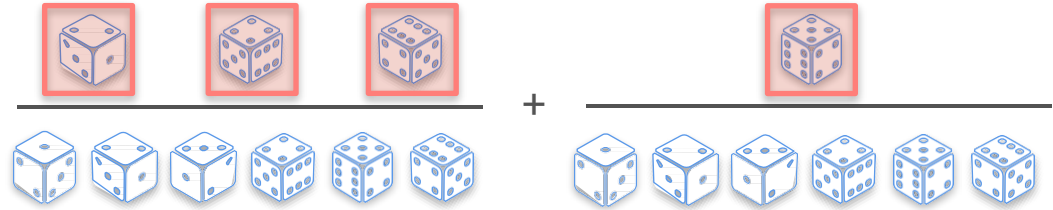
+



# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 1

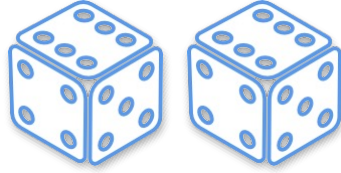


Bir zar attığımızda (adil) çift sayı veya 5 gelme olasılığı nedir?



$$P(\text{even number or } 5) = P(\text{even number}) + P(5) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 2



İki zar atarsam toplamın 7 veya 10 olma olasılığı nedir?

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 2

*A*

sum of 7



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

*B*

sum of 10



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 2

$A$  or  $B$

sum of 7 or sum of 10



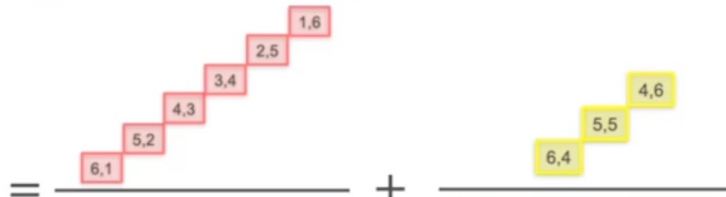
|  |     |     |     |     |     |     |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|  |     |     |     |     |     |     |
|  | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
|  | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
|  | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
|  | 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
|  | 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
|  | 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 2



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$P(\text{sum of 7 or sum of 10})$


$$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36}$$
$$= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 2

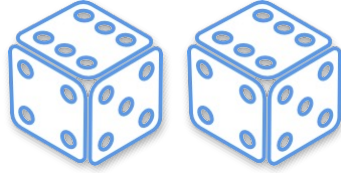


|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$P(\text{sum of 7 or sum of 10})$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{P(\text{sum of 7})}_{\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2,1 & 2,2 & 2,3 & 2,4 & 2,5 & 2,6 \\ \hline 3,1 & 3,2 & 3,3 & 3,4 & 3,5 & 3,6 \\ \hline 4,1 & 4,2 & 4,3 & 4,4 & 4,5 & 4,6 \\ \hline 5,1 & 5,2 & 5,3 & 5,4 & 5,5 & 5,6 \\ \hline 6,1 & 6,2 & 6,3 & 6,4 & 6,5 & 6,6 \\ \hline \end{array}} + \underbrace{P(\text{sum of 10})}_{\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2,1 & 2,2 & 2,3 & 2,4 & 2,5 & 2,6 \\ \hline 3,1 & 3,2 & 3,3 & 3,4 & 3,5 & 3,6 \\ \hline 4,1 & 4,2 & 4,3 & 4,4 & 4,5 & 4,6 \\ \hline 5,1 & 5,2 & 5,3 & 5,4 & 5,5 & 5,6 \\ \hline 6,1 & 6,2 & 6,3 & 6,4 & 6,5 & 6,6 \\ \hline \end{array}} \\ &= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} \\ &= \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 3



İki zar atıldığında 2 fark veya 1 fark elde etme olasılığı nedir?

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 3

*A*

diff = 2



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

*B*

diff = 1



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 3

$A$  or  $B$

diff = 2 or diff = 1



A 6x6 grid representing all possible outcomes of two dice rolls. The columns represent the first die (1-6) and the rows represent the second die (1-6). Each cell contains a pair of numbers (i,j). Cells are color-coded: yellow for |diff| = 1 and red for |diff| = 2. The grid is surrounded by dice icons: one above each column and one to the left of each row.

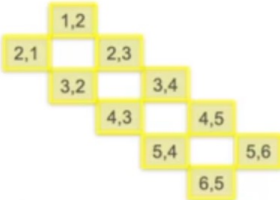
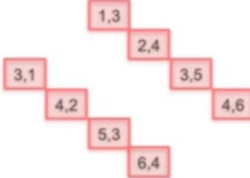
|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 3



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$P(\text{diff} = 2 \text{ or } \text{diff} = 1)$

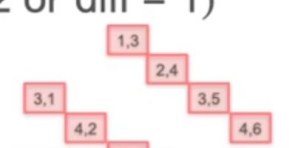

$$= \frac{8}{36} + \frac{10}{36}$$
$$= \frac{18}{36}$$

# Olasılıkların Toplamı: Zar Örneği 3



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$P(\text{diff} = 2 \text{ or diff} = 1)$



$= P(\text{diff} = 2) + P(\text{diff} = 1)$



$= \frac{8}{36} + \frac{10}{36}$

$= \frac{18}{36}$

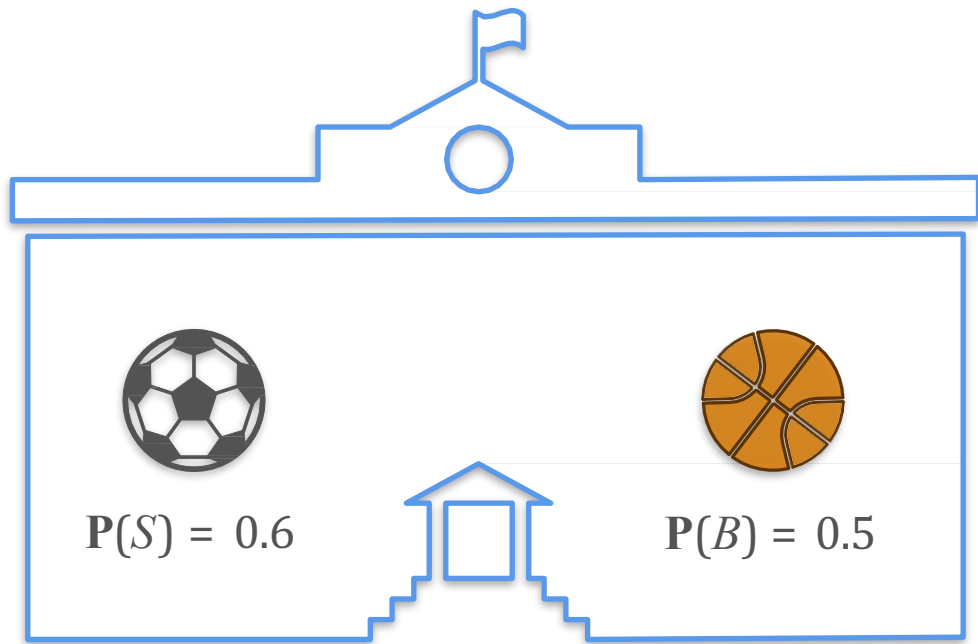


DeepLearning.AI

---

## Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar)

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 1



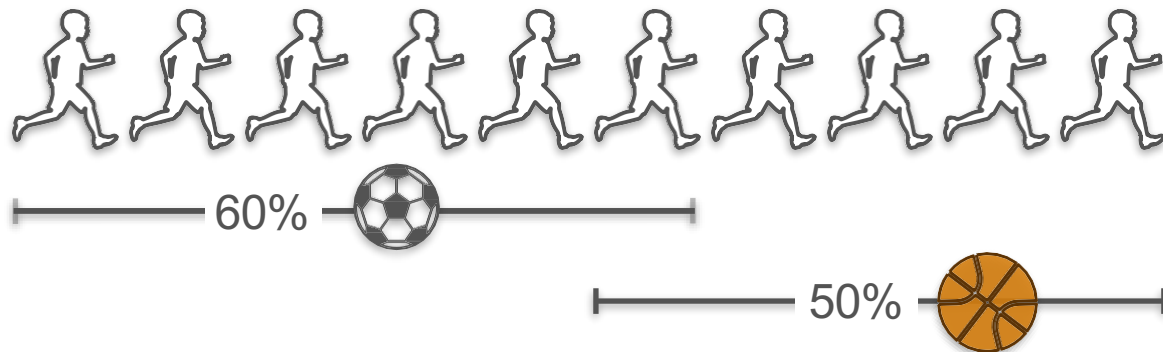
Çocuklar bu kez istedikleri kadar spor yapabilirler.

Sadece bir spor kısıtı yok

Bir çocuğun futbol veya basketbol oynama olasılığı?

İpucu: Okulda sadece 10 çocuğun olduğunu düşünün?

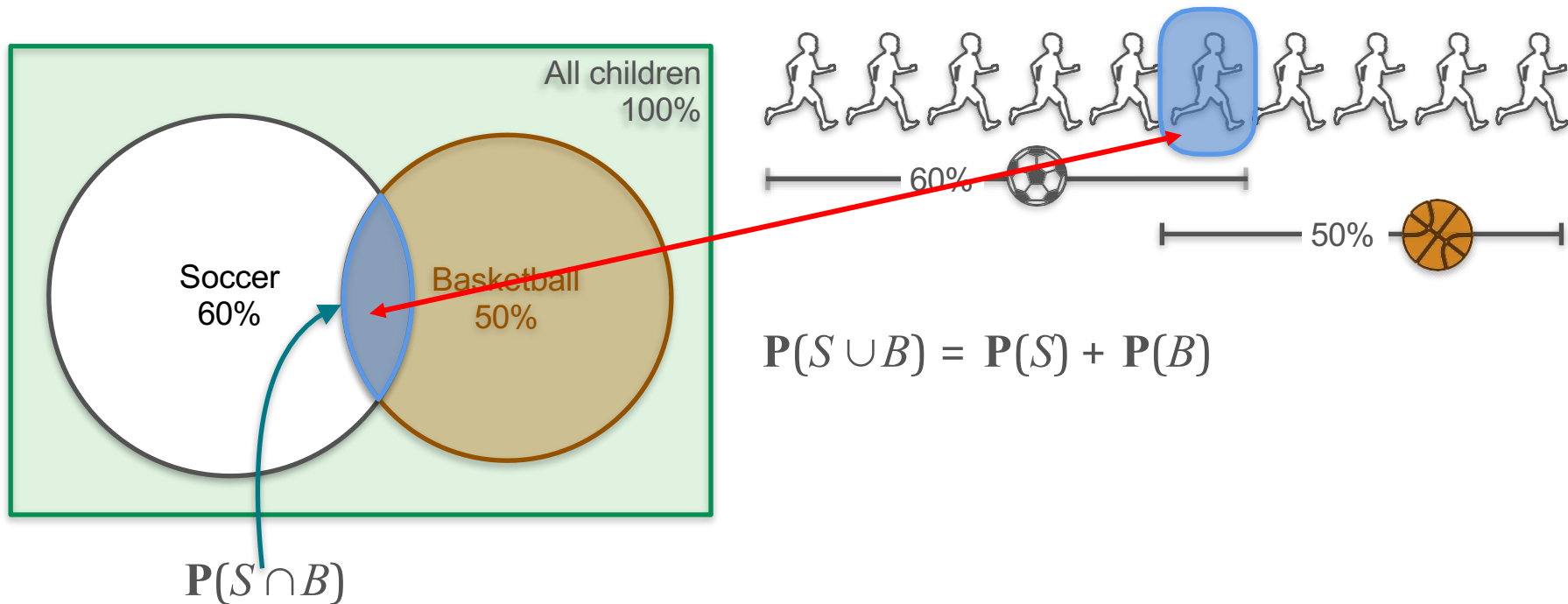
# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 1 Çözüm



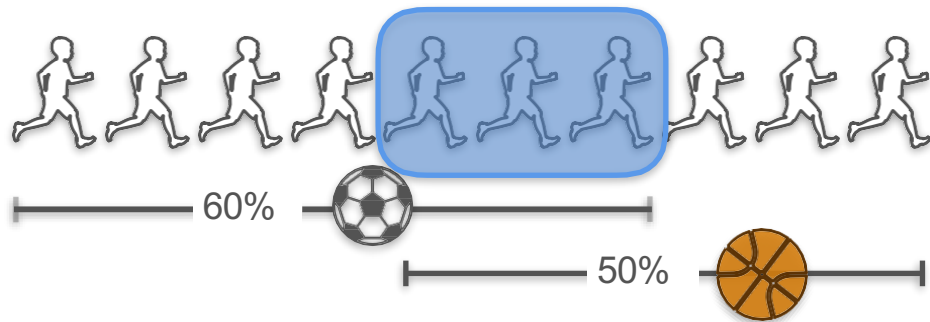
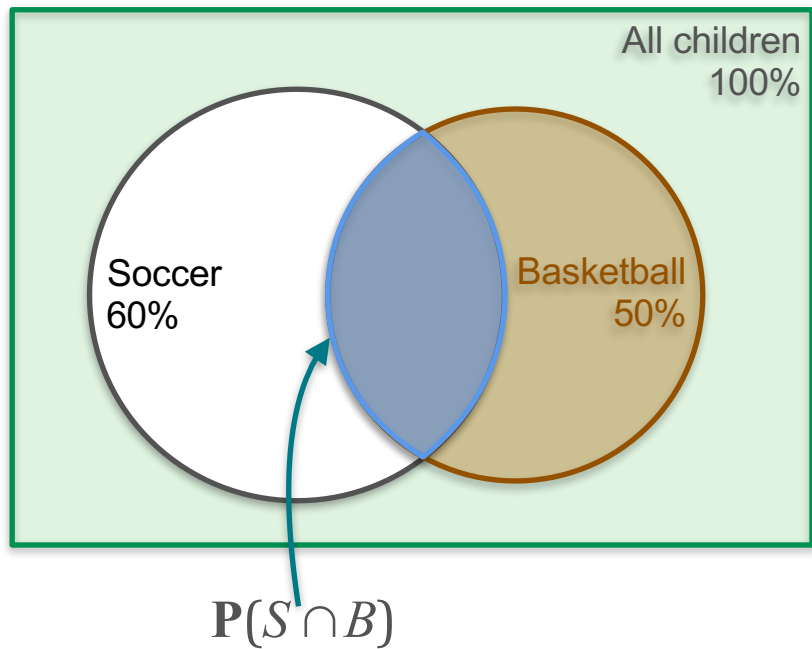
$$P(\text{soccer} \cup \text{basketball}) = ?$$

Kaç çocuğun birden fazla spor yaptığını bilmiyoruz

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 1 Çözüm

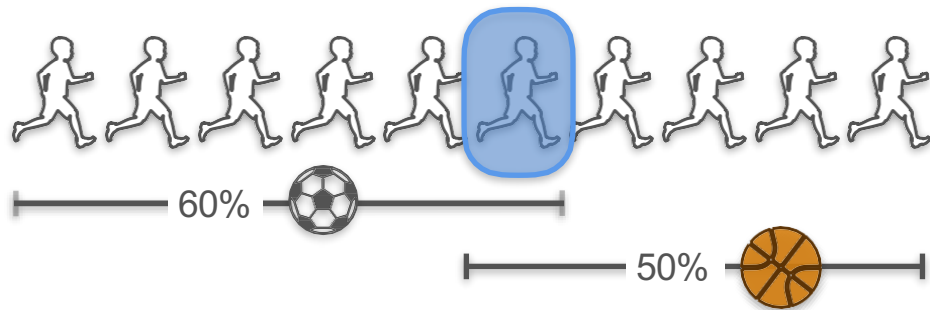
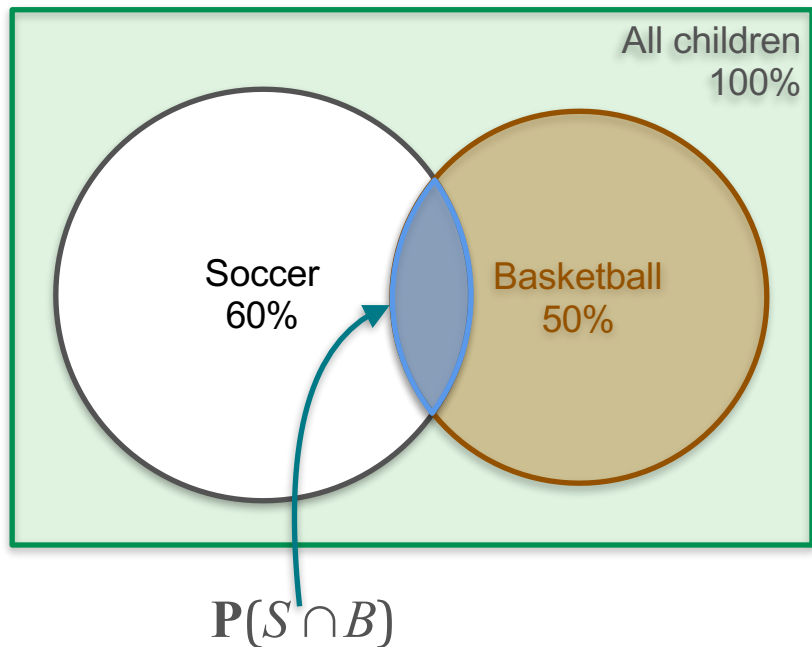


# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 1 Çözüm



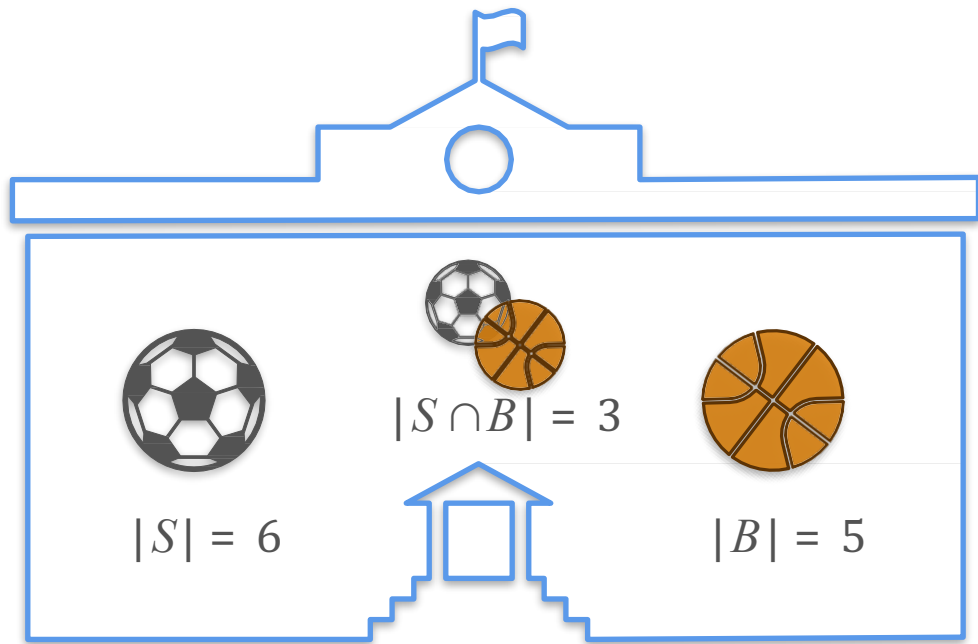
$$P(S \cup B) = P(S) + P(B)$$

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 1 Çözüm



$$P(S \cup B) = P(S) + P(B)$$

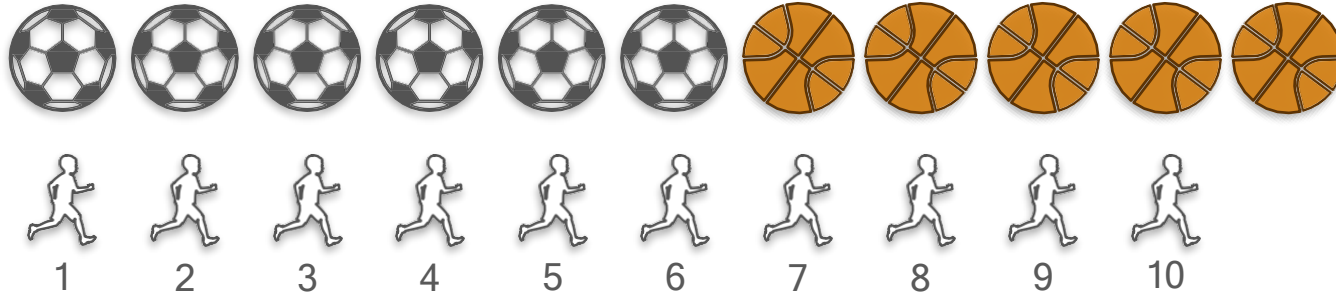
# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 2



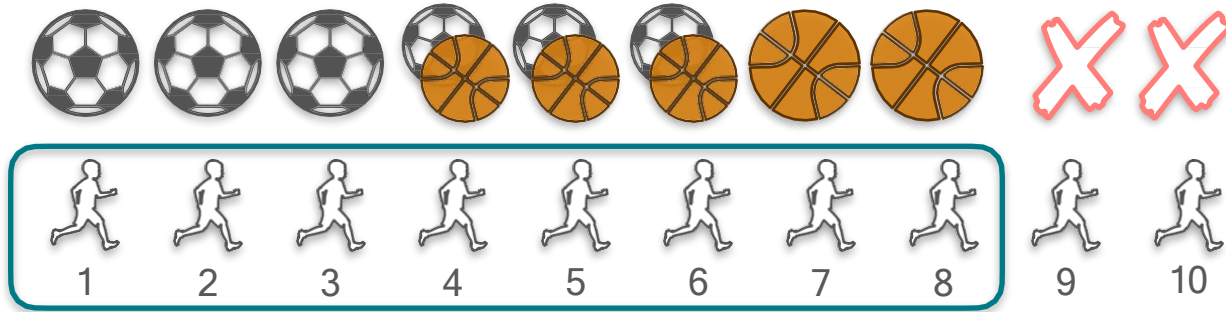
Kaç çocuk basketbol veya futbol oynuyor?

İpucu: Okulda sadece 10 çocuğun olduğunu düşünün?

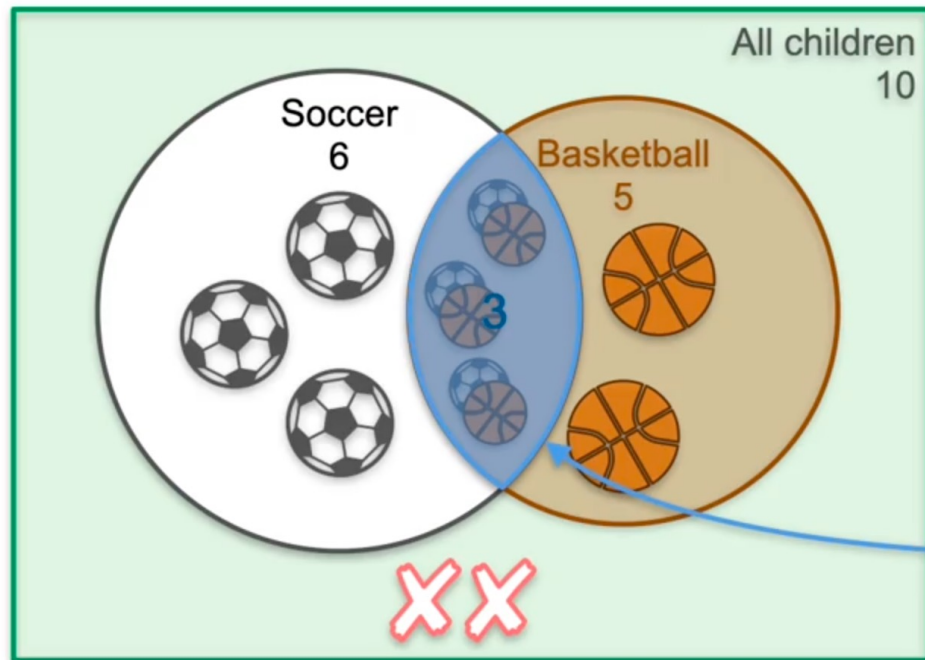
# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 2 Çözüm



# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 2 Çözüm



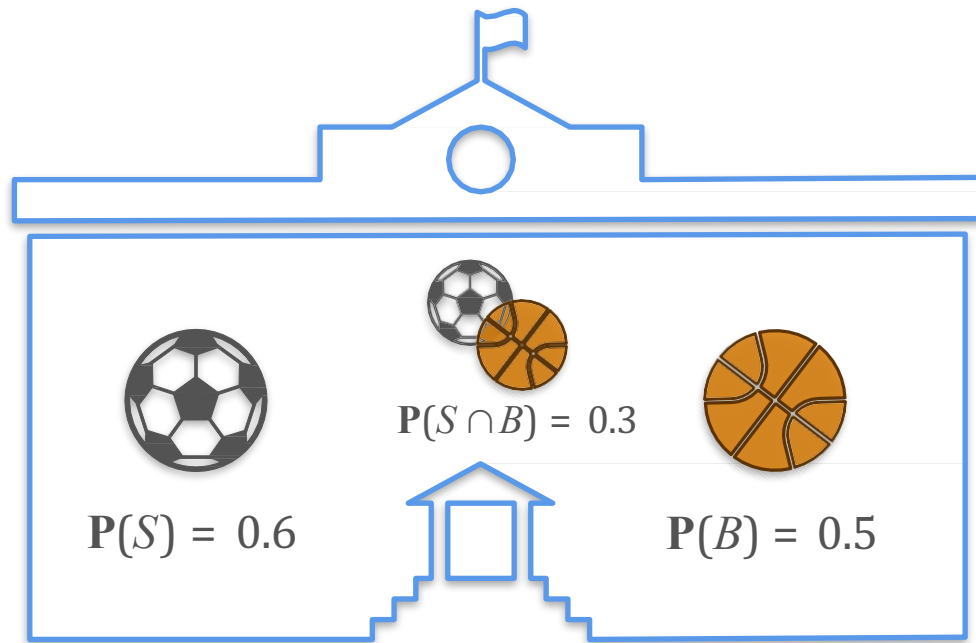
# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Venn Diyagram



$$\begin{aligned} |S \cup B| &= |S| + |B| - |S \cap B| \\ &= 6 + 5 - 3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

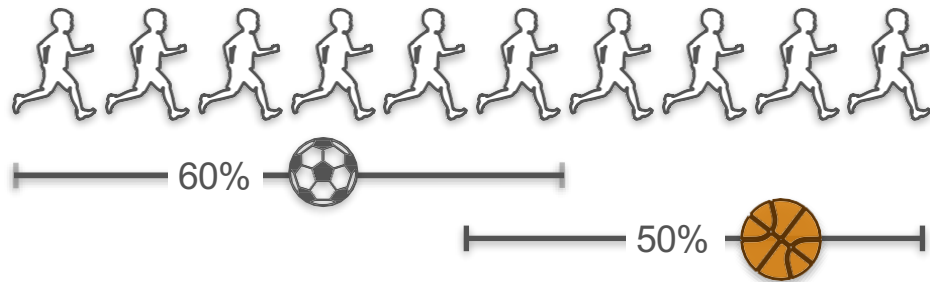
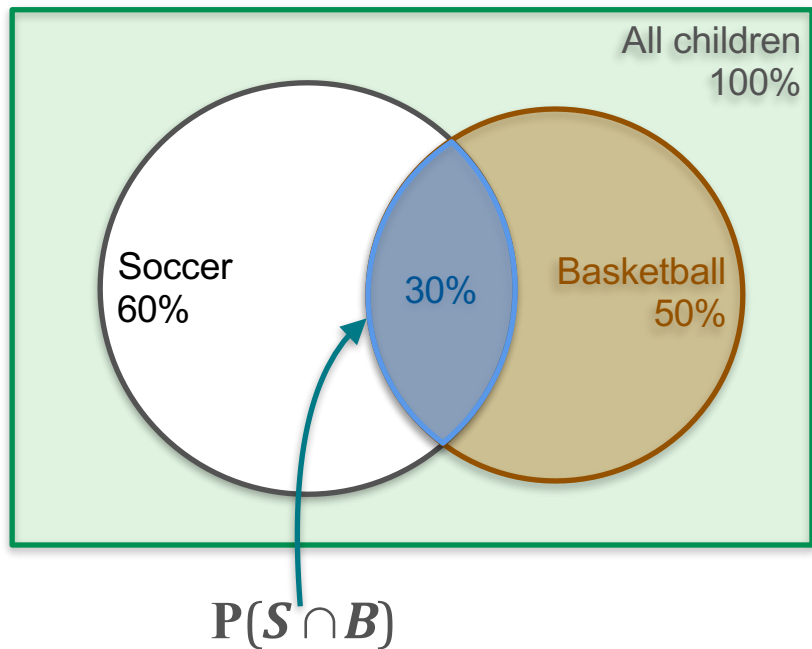
Soccer and Basketball

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 3



Bir çocuğun futbol veya basketbol oynama olasılığı?

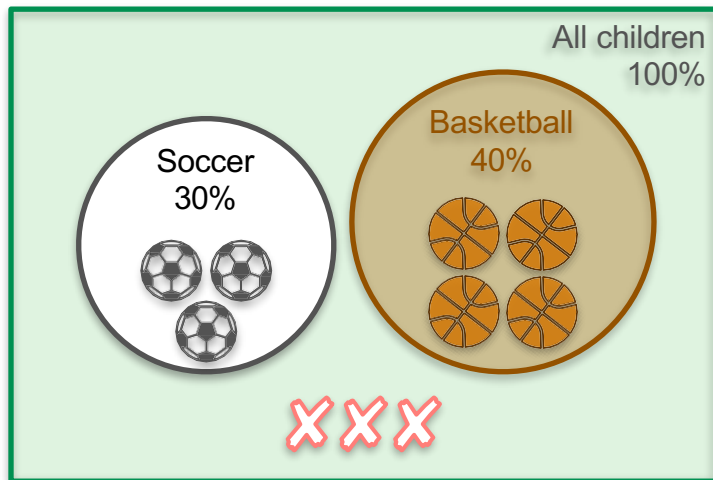
# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Quiz 3 Çözüm



$$\begin{aligned} P(S \cup B) &= P(S) + P(B) - P(S \cap B) \\ &= 0.6 + 0.5 - 0.3 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

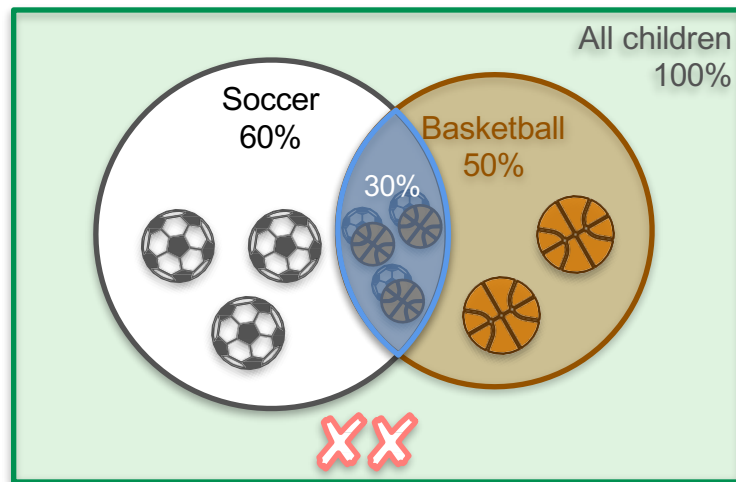
# Ayrık Olay vs Bağlı Olay

Disjoint



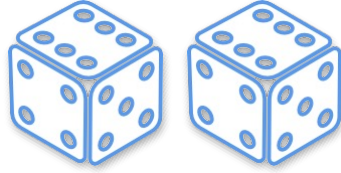
Mutually exclusive  
(Birbirini dışlayan olaylar)  
 $P(S \cup B) = P(S) + P(B)$

Joint



Non-mutually exclusive  
(Birbirini dışlamayan olaylar)  
 $P(S \cup B) = P(S) + P(B) - P(S \cap B)$

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Zar Örneği 1



Bir çift zar atıldığında toplamın yedi veya bir fark elde etme olasılığı?

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Zar Örneği 1

*A*

sum = 7



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

*B*

diff = 1



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Zar Örneği 1

$A$  or  $B$

sum = 7 or diff = 1

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

sum = 7 and diff = 1

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Zar Örneği 1



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$P(\text{sum} = 7 \text{ or diff} = 1)$

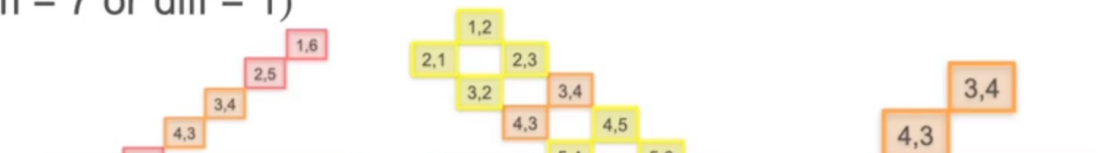

$$\begin{aligned} &= \frac{6}{36} + \frac{10}{36} - \frac{2}{36} \\ &= \frac{14}{36} \end{aligned}$$

# Olasılıkların Toplamı (Bağlı Olaylar): Zar Örneği 1



|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

$P(\text{sum} = 7 \text{ or } \text{diff} = 1)$

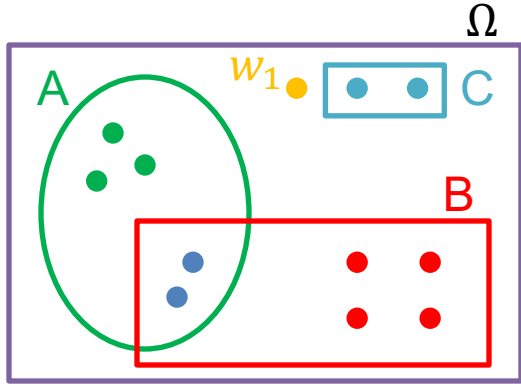

$$\begin{aligned} &= P(\text{sum} = 7) + P(\text{diff} = 1) - P(\text{sum} = 7 \cap \text{diff} = 1) \\ &= \frac{6}{36} + \frac{10}{36} - \frac{2}{36} \\ &= \frac{14}{36} \end{aligned}$$

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

# Özet



A, B ve C,  $\Omega$  örnek uzayında tanımlı üç olay olsun.  $\Omega$  örnek uzayı eşit olasılıklara sahip 12 sonuçtan oluşsun.

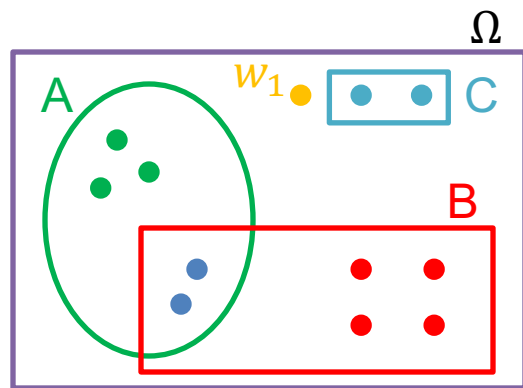
$\Omega$ , sayılabilir (Ayrık),  $|\Omega| = 12$

$$P(w_1) = \frac{1}{12} \quad |A| = 5, \quad P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{12}$$

A ve C ayrık olaylardır. Benzer şekilde B ve C de ayrık olaylardır (Disjoint)

A ve B bağlı olaylardır (Joint)

# Özet



$P(A)=?$ ,  $P(B)=?$ ,  $P(A \cap B)=?$ ,  $P(A \cup B)=?$

$$P(A) = \frac{5}{12}$$

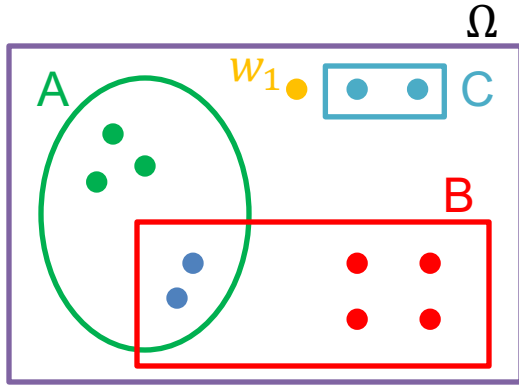
$$P(B) = \frac{6}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{12}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{12} + \frac{6}{12} - \frac{2}{12} = \frac{9}{12}$$

# Özet



$A \cap B$ : Sonucun A **ve** B [Hem A, Hem de B]'de olması

$A \cup B$ : Sonucun A **veya** B [Yalnız A, Yalnız B, A ve B]'de olması

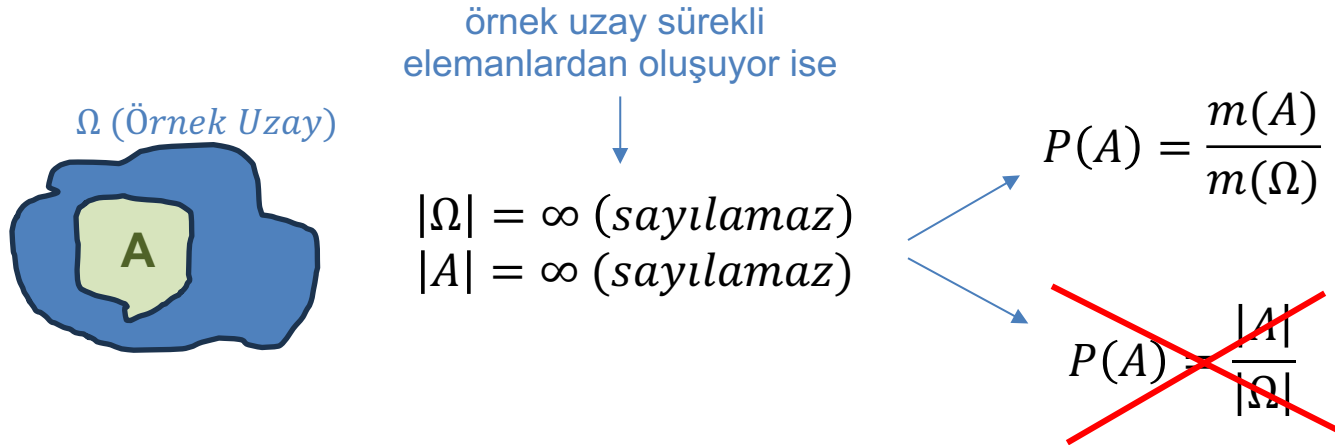


DeepLearning.AI

---

## Örnek Uzayı Sürekli Elemanlardan ( $\infty$ ) Oluşan Olasılık Problemleri

Örnek uzay sayılabilir değilse ve uniform (düzgün) bir yapıya sahip olduğu durumda **örnek uzayı** ( $\Omega$ ) uzunluk, alan, hacim gibi sonlu bir geometrik ölçüme sahiptir. Bu ölçüm  $m(\cdot)$  ile gösterilirse bir  $A$  olayının olasılığı aşağıdaki şekilde bulunur



## örnek uzayı ( $\Omega$ )

Ayrık (sayılabilir)  
(Eşit Olasılık)

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Sürekli (sayılamaz)  
(Eşit Olasılık)

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)}$$

- Uzunluk
- Alan
- Hacim
- Ağırlık

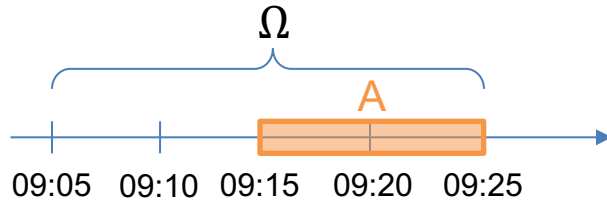
$P(\text{nokta})=0$

A olayının (sürekli) olasılığını hesaplamak için  
uzunluk, yüzey alanı ve hacim gibi fiziksel  
büyüklüklerden faydalanmak gerekir

**Örnek-1:** Bir toplantının normal başlama saati 09:15 fakat normalde 20 dakikalık bir zaman dilimi içerisinde başlıyor (09:05 - 09:25). Bu problemin örnek uzayını bulunuz. Şayet A olayı planlanan saat ve daha sonra başlama durumunu gösterirse  $P(A) = ?$

## Çözüm-1:

$$\Omega = \{t, t \in R: 09:05 < t < 09:25\}$$



$$A \subset \Omega$$

$$A = \{t, t \in R: 09:15 < t < 09:25\}$$

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

**Örnek-2:** Bir radyo alıcısının çıkış voltajı uzun süre gözleniyor ve çıkışın -5 ile 5 volt arasında değiştiği gözleniyor. Buna göre;

a)  $\Omega = ?$

b)  $A = \{\text{Çıkış voltajının } -1 \text{ ile } 1 \text{ arasında olma durumu}\}, P(A) = ?$

c)  $B = \left\{ \text{Çıkış voltajının } 2 - \frac{r}{2} \text{ ile } 2 + \frac{r}{2} \text{ arasında olma durumu} \right\}, P(B) = ?$

d)  $C = \{\text{Çıkışın 2 volt olarak ölçülme durumu}\}, P(C) = ?$

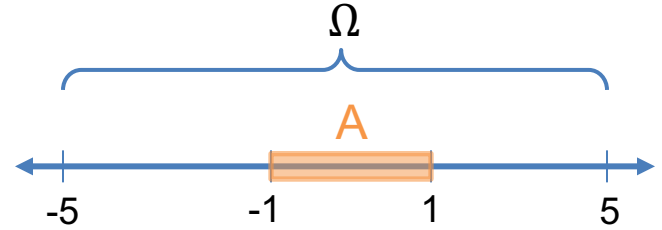


## Çözüm-2:

a)  $\Omega = \{y, y \in \mathbb{R}: -5 < y < 5\}$

b)  $A = \{y, y \in \mathbb{R}: -1 < y < 1\}$

$$A \subset \Omega$$

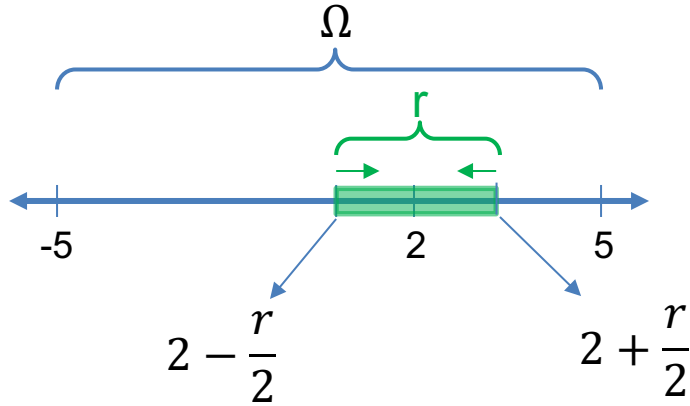


$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$



## Çözüm-2:

$$c) B = \{y, y \in \mathbb{R} : 2 - \frac{r}{2} < y < 2 + \frac{r}{2}\} \quad B \subset \Omega$$



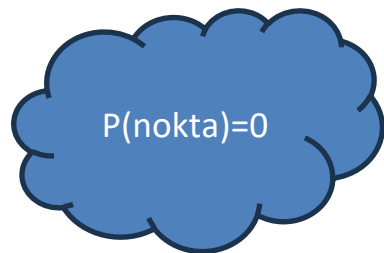
$$P(B) = \frac{m(B)}{m(\Omega)} = \frac{r}{10}$$

## Çözüm-2:

$$d) P(C) = \frac{m(C)}{m(\Omega)} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{10} = 0$$

↓  
nokta

$$C \subset \Omega$$

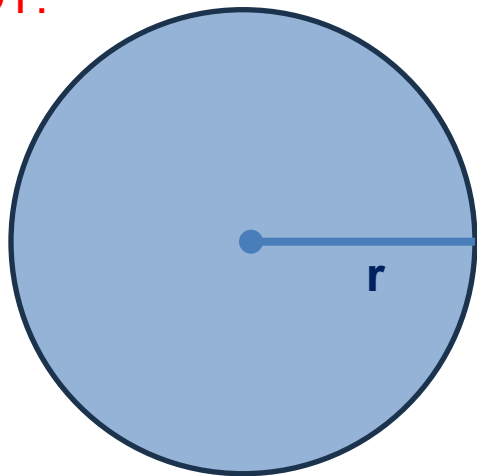


**Örnek-3:** Bir cep telefonu vericisi 10km'lik alan etrafında çekim yapabiliyor ve bu telefon vericisi ile telefon görüşmesi yağan kişilerin konumları gözleniyor. Bu problemin örnek uzayını bulunuz. Şayet A olayı arayan kişinin 2km'lik bir alandan arama durumunu gösterirse  $P(A)$  ve  $P(A^c) = ?$

a)  $\Omega = ?$

b)  $A = \{\text{arayan kişinin 2km'lik bir alandan arama durumu}\}, P(A) = ?$

NOT:



$x^2 + y^2 = r^2$   $r$  yarı çaplı çemberin denklemi

$x^2 + y^2 \leq r^2$   $r$  yarı çaplı çemberin iç bölgesi

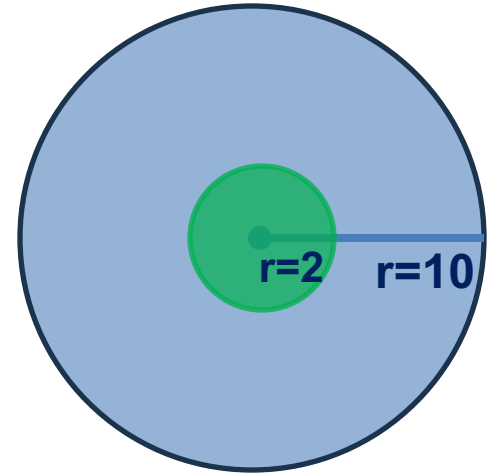
### Çözüm-3:

a) Örnek Uzayı =  $\Omega = \{(x, y) \in R, x^2 + y^2 \leq 100\}$

b)  $A$  olayı:  $A = \{(x, y) \in R, x^2 + y^2 \leq 4\}$

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{A'nın\ alanı}{\Omega'nın\ alanı}$$

$$P(A) = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{\pi 2^2}{\pi 10^2} = 0.04$$



**Ödev-1:** Yarı çapı 20 cm olan bir dart tahtasına atış yapılıyor. Okun isabet ettiği yer deneyin bir sonucu ise örnek uzayı ( $\Omega$ ) bulunuz?

## Ödev-2: Hilesiz üç bozuk para havaya atılıyor.

- Bu deney için örnek uzayı tanımlayınız
- $A = \{\text{En az iki yazı gelme durumu}\}$  ise  $P(A) = ?$
- $B = \{\text{Hepsi tura gelme durumu}\}$  ise  $P(B) = ?$
- $P(A \cup B) = ?$
- $P(A \cap B) = ?$
- $P(B^c) = ?$

**Ödev-3:** Bir öğrencinin Matematik dersinden başarılı olması olasılığı 0.70, Olasılık dersinden başarılı olması olasılığı 0.60 ve her iki dersten başarılı olma olasılığı 0.42'dir. Bu öğrencinin Matematik veya Olasılık dersinden başarılı olma olasılığını bulunuz?